Mat B, 1.aflevering

ldg790 - Christian B. Gustafson

uge 8 2020

Review 4

Find the matrices **A+b, A-B, AB, BA, A(BC), and (AB)C**

$$A + B = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 1 \\ 8 & 6 & 4 \\ -10 & 9 & 15 \end{pmatrix},$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 0 & 6 & -5 \\ -2 & 2 & 6 \\ -2 & 5 & 15 \end{pmatrix},$$

$$AB = \begin{pmatrix} 13 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \\ -25 & 74 & -25 \end{pmatrix},$$

$$BA = \begin{pmatrix} -33 & 1 & 20 \\ 12 & 6 & -15 \\ 6 & 4 & 18 \end{pmatrix},$$

$$A(BC) = (AB)C \begin{pmatrix} 74 & -31 & -48 \\ 6 & 25 & 38 \\ -2 & -75 & -26 \end{pmatrix},$$

Review 6

(a)

$$AA = \begin{pmatrix} a^2 - b^2 & 2ab & b^2 \\ -2ba & a^2 - 2b^2 & 2ab \\ b^2 & -2ba & -b^2 + a^2 \end{pmatrix},$$

(b)

Vi ved at:$(C'BC)' = (C')'B'C'$,

Så fra opgave teksten lød det at B=-B' Dvs. $C(-B)C' = -C'BC$

Det ses altså at når B er "skew-symetric"så bliver $C'BC$ også "skew-symetric".

Matricen A er defineret som en "skew-symmetric"hvis $A' = -A$ For at finde ud af hvornår maticen A er "skew-symmetric"vil vi først transponere matricen A;

$$A' = \begin{pmatrix} a & -b & 0 \\ b & a & -b \\ 0 & b & a \end{pmatrix},$$

Dernæst vil sammenligne A' med $-A$ og se om det er ens.

$$A' = \begin{pmatrix} a & -b & 0 \\ b & a & -b \\ 0 & b & a \end{pmatrix} \neq -A = \begin{pmatrix} -a & -b & 0 \\ b & -a & -b \\ 0 & b & -a \end{pmatrix},$$

Det ser altså ikke ud til at A er "skew-symetric", medmindre at a=0, så det prøver vi.

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & -b & 0 \\ b & 0 & -b \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix} = -A = \begin{pmatrix} 0 & -b & 0 \\ b & 0 & -b \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix},$$

Det ses altså at matricen A er "skew-symmetric"hvis og kun hvis a=0, fordi at matricens diagonale elementer skal være 0 for at matricen kan være "skew-symmetric"

(c) Viser at $\frac{1}{2}(A + A^{'})$ er symmetric. Dvs. $A \rightarrow sym$ skrives: $A^{'} \rightarrow A$ Først definere jeg $A_1 = C$

$$\frac{1}{2}(A + A^{'}) = C \rightarrow \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}A^{'} = C$$

$$C^{'} = (\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}A^{'}) \rightarrow C^{'} = \frac{1}{2}A^{'} + \frac{1}{2}(A^{'})^{'}$$

$$C^{'} = \frac{1}{2}A^{'} + \frac{1}{2}A = C$$

Det ses at $C^{'} = C$ hvilket betyder at A_1 er symmetric.

Nu til A_2 hvor vi viser at den er "skew-symmetric", hvor jeg definere at $A_2 = C$

$$C^{'} = \frac{1}{2}(A - A^{'})^{'} \rightarrow \frac{1}{2}(A^{'} - (A^{'})^{'}) = \frac{1}{2}(A^{'} - A) = -\frac{1}{2}(A - A^{'})$$

Dvs. at $C' = -C$ fra vores definition tidligere af en skew-symmetric så er A_2 altså også "skew-symmetric"

Nu viser jeg at $A = A_1 + A_2$

$$A_1 = P \text{ og } A_2 = Q$$

Vi ved fra tidligere at $P' = P$ når den er symmetric og $Q' = -Q$ når den er "Skew-Symmetric". Dog brugte vi bare bogstavet C tidligere for at vise at dette gælder. Dermed vil $A = \frac{1}{2}(P + Q)$

Det vi så kan sige er at alle kvadratiske matrixer kan udtrykkes af summen af en symetrisk matrix (A_1) og en "skew-symetic"matrix (A_2)