3.Aflevering, Mikro 1

ldg790 - Christian B. Gustafson

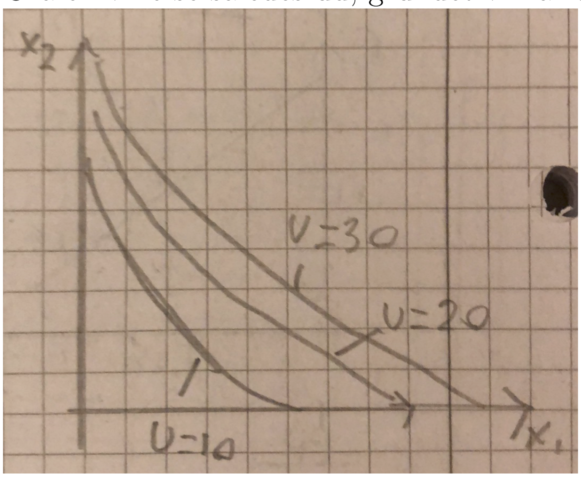
September 2020

(a)

Jeg starter med at udlede x_2 i følgende:

$$u_0 = 24\sqrt{x_1} + 2x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{u_0 - 24\sqrt{x_1}}{2}$$

Grafen ville se således ud, grundet vi har at gøre med en kvadratrod.



(b)

Vi bestemmer hvilke varer der er essentielle ved først at beregne følgende:

$$MU_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} = 24\frac{\partial u}{\partial x_1}(x^{\frac{1}{2}}) = 24 \cdot \frac{1}{2}{x_1}^{-\frac{1}{2}} = \frac{12}{\sqrt{x_1}}$$

vi gør det samme for x_2:

$$MU_2 = 2$$

$$|MRS(x_1, x_2)| = |-\frac{MU_1}{MU_2}| = \frac{\frac{12}{\sqrt{x_1}}}{2} = \frac{12}{2\sqrt{x_1}} = \frac{6}{\sqrt{x_1}}$$

Dermed finder vi frem til at x_1 er essentiel da:

$$\lim_{x_1 \to 0} |MRS(x_1, x_2)| = \infty, \forall x_2 > 0$$

x_2 er ikke essentiel fordi:

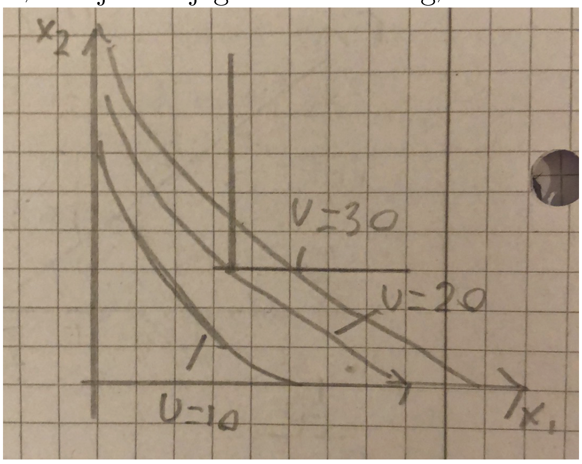
$$\lim_{x_2 \to 0} |MRS(x_1, x_2)| = \frac{6}{\sqrt{x_1}} > 0, \forall x_1 > 0$$

(c)

Eftersom x_2 ikke er essentiel kan der komme randsløsninger når $x_2 = 0$

(d)

Først tjekker jeg om vi har at gøre med monotone præferencer:



Monotone præferencer er gældende når alle punkter nord-øst for et punkt ligger i det indre af den øvre konturmængde, hvilket grafen nedenunder illustrerer. Altså har vi at gøre med monotone præferencer.

Dernæst tjekker vi for om der er strengt konveksitet eller ej. Ved at tegne en lineær kombination af to punkter på en af indifferenskurverne på grafen ovenover, finder vi ud af, at denne kombination ligger i det indre af den øvre konturmængde. Altså har vi at gøre med strengt konvekse præferencer.

Dvs. eftersom nyttefunktionen er differentiabel og har monotone præferencer vil indre løsninger være karakteriseret ved $|MRS| = \frac{p_1}{p_2}$, altså, ingen knækløsninger eller løsninger væk fra budgetlinjen. Eftersom vi fandt frem til at der var streng konvekse præferencer vil løsningen være et maksimum.

(e)

Jeg starter med at opstille maksimeringsproblemet.

$$\max_{x_1,x_2} \quad 24\sqrt{x_1} + 2x_2 \text{ u.b.b } p_1x_1 + p_2x_2 = I \tag{1}$$

Fordi præferencerne er monotone kan vi skrive = i bibetingelsen. Vi vil nu opskrive lagrange funktionen:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = 24\sqrt{x_1} + 2x_2 + \lambda[I - p_1x_1 - p_2x_2] \tag{2}$$

Beregner nu de tre førsteordensbetingelser (FOC):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{12}{\sqrt{x_1}} - \lambda p_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{12}{\sqrt{x_1}} = \lambda p_1 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 2 - \lambda p_2 = 0 \Leftrightarrow 2 = \lambda p_2 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = I - p_1x_1 - p_2x_2 = 0 \Leftrightarrow I = p_1x_1 + p_2x_2 \tag{5}$$

Vi deler nu 3 med 4:

$$\frac{\frac{12}{\sqrt{x_1}}}{2} = \frac{\lambda p_1}{\lambda p_2} \Leftrightarrow \tag{6}$$

$$\frac{6}{\sqrt{x_1}} = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \tag{7}$$

$$\sqrt{x_1} = \frac{p_2}{p_1} \Leftrightarrow \tag{8}$$

$$x_1^* = (6\frac{p_2}{p_1})^2 \tag{9}$$

Vi indsætter nu 9 i 5 (budgetlinjen):

$$I = p_1(6\frac{p_2}{p_1})^2 + p_2x_2 \Leftrightarrow$$

$$I = 36\frac{p_2^2}{p_1} + p_2x_2 \Leftrightarrow$$

$$I - 36\frac{p_2^2}{p_1} = p_2x_2 \Leftrightarrow$$

$$x_2^* = \frac{I}{p_2} - 36\frac{p_2}{p_1}$$

Vi har kun en indre løsning når:

$$x_2^* > 0 \Leftrightarrow \frac{I}{p_2} - 36\frac{p_2}{p_1} > 0 \Leftrightarrow I > 36\frac{p_2^2}{p_1}$$

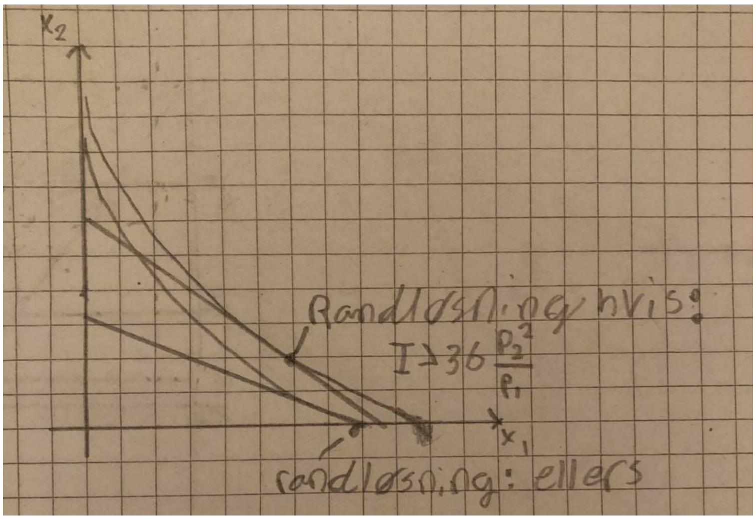
ellers

$$p_1 x_1 + 0 = I$$
$$x_1 = \frac{I}{p_1}$$

Dermed bliver løsningsmængden:

$$(x_1^*, x_2^*) \in \begin{cases} \{(-36\frac{p_2}{p_1}, \frac{I}{p_2} - 36\frac{p_2}{p_1})\} & \text{hvis } I > 36\frac{p_2^2}{p_1} \\ \{(\frac{I}{p_1}, 0)\} \text{ ellers} \end{cases}$$

Grafen ville se således ud:



(f)

Falsk. F.eks. hvis vare 1 er et giffen gode, så ville forbruget også stige på vare 1 hvis prisen steg og dermed ville man nødvendigvis ikke forbruge mere af vare 2. Dvs. for at man ville forbruge mere af vare 2 ved en prisstigning i vare 1, skal vare 1 være et normalt gode.