Mat B, 3.aflevering

ldg790 - Christian B. Gustafson

uge 10-2020

Opgave 1

(a) Udregn determinanten af matricen A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|A| = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$|A| = (1-6) - 2 \cdot (3-4) + 3 \cdot (9-2) = -5 + 2 + 24 = 21$$

Dvs. at determinante af matricen A er 21

(b) Opskriv den transponerede matrix B', og bestem matrixproduktet $B'A$. Den transponerede matric vil se således ud:

$$B' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Nu finder vi matrixproduktet $B'A$

$$B'A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} (2+3+4) & (4+1+6) & (6+2+2) \\ (0+3+0) & (0+1+0) & (0+2+0) \\ (1+3+4) & (2+1+6) & (3+2+2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 11 & 10 \\ 3 & 1 & 2 \\ 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

Dvs. at matrixproduktet er:

$$B'A = \begin{pmatrix} 9 & 11 & 10 \\ 3 & 1 & 2 \\ 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

(c) Udregn determinanten af matrixproduktet $B'A$, altså $|B'A|$. Beregner determinanten på samme måde som i opgave (a).

$$|B'A| = 9 \cdot (7 - 18) - 11 \cdot (21 - 16) + 10 \cdot (27 - 8)$$

$$|B'A| = -99 - 55 + 190 = -154 + 190 = 36$$

Dvs. at determinanten af matrixproduktet $|B'A| = 36$

Review 6

Use Cramer's rule to find the values of t for which the system of equations

$$-2x + 4y - tz = t - 4$$

$$-3x + y + tz = 3 - 4t$$

$$(t - 2)x - 7y + 4z = 23$$

has a unique solution for the three variables x, y, and z.

Jeg start med at opstille ligningerne i en matrice:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -t \\ -3 & 1 & t \\ t-2 & -7 & 4 \end{pmatrix}$$

Nu Finder jeg determinanten for matricen A

$$|A| = -2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & t \\ -7 & 4 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} -3 & t \\ t-2 & 4 \end{pmatrix} - t \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ t-2 & -7 \end{pmatrix}$$

$$|A| = -2(4 + 7t) - 4(-12 - t(t - 2)) - t(21 - (t - 2))$$

$$|A| = -8 - 14t + 48 + 4t(t - 2) - 21t + t^2 - 2t$$

$$|A| = 40 - 14t - 8t - 23t + 4t^2 + t^2$$

$$|A| = 5t^2 - 45t + 40$$

Dette kan omskrives til følgende:

$$|A| = 5(t - 1)(t - 8) = (5t - 5)(t - 8) = 5t^2 - 40t - 5t + 40$$

Altså kan vi se at der er en unik løsning hvis og kun hvis $t \neq 1$ og $t \neq 8$