Mat B, 4.aflevering

ldg790 - Christian B. Gustafson

uge 11-2020

Opgave 1

(a) Udregn matrixproduktet BA

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

og

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Nu vil jeg udregne matrixproduktet BA

$$BA = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} (-3+1+0) & (2+0+2) & (-4+2+0) \\ (0+2+0) & (0+0+0) & (0+4+0) \\ (-6+1+0) & (4+0+4) & (-8+2+0) \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2 \\ 2 & 0 & 4 \\ -5 & 8 & -6 \end{pmatrix}}}$$

(b) Vis, at A har en invers. For at A har en invers skal determinanten være forskellig fra 0.

$$|A| = 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - (-2) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= -6 + 4 = -2 \neq 0$$

Dermed må A have en invers.

(c) Bestem den inverse matrix A^{-1}

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & -2 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 4 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right], R_1 \cdot -3 + R_3 \rightarrow R_3 :$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -2 & 1 & -3 & 0 \end{array}\right], R_2 \cdot 2 + R_3 \rightarrow: \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & -3 & 2 \end{array}\right],$$

$$R_3 + R_1 \rightarrow R_1 : \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & -3 & 2 \end{array}\right],$$

$$R_3 \cdot (-\frac{1}{2}) : \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -1 \end{array}\right],$$

Dvs. at den inverse matrix er:

$$\underline{\underline{A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -1 \end{pmatrix}}}$$

Review 5

$$A = \begin{pmatrix} q & -1 & q-2 \\ 1 & -p & 2-p \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ og } E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} |A| &= q \cdot \begin{pmatrix} -p & 2-p \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2-p \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + (q-2) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -p \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \\ &= q \cdot (2-p) - 2 \cdot (2-p) + (q-2) \cdot (-1+2p) \\ &= 2q - pq - 4 + 2p - q + 2pq + 2 - 4p \\ &= q + pq - 2 - 2p \\ &\underline{\underline{|A| = (p+1)(q-2)}} \end{aligned}$$

Nu vil jeg beregn $|A+E|$

$$\begin{pmatrix} q & -1 & q-2 \\ 1 & -p & 2-p \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} q+1 & 0 & q-1 \\ 2 & -p+1 & 3-p \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|A+E| = (q+1)\cdot \begin{pmatrix} -p+1 & 3-p \\ 0 & 1 \end{pmatrix} 0 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3-p \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + (q-1)\cdot \begin{pmatrix} 2 & -p+1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(q+1)\cdot(-p+1) + (q-1)\cdot(3p-3)$$

$$-pq + q - p + 1 + 3pq - 3q - 3p + 3$$

$$2qp - 2q - 4p + 4$$

Dvs. determinanten af $|A+E|$ er:

$$\underline{\underline{2(p-1)(q-2)}}$$

For at A + E skal have en invers, skal $p \neq 1$ og $q \neq 2$, som kan ses ved at have udregnet determinanten for $|A+E|$, for hvis p=1 og q=2, vil determinanten være lig nul, hvilket betyder at der ikke findes en invers. Altså, der findes kun en invers hvis $|A| \neq 0$. Grunden til at **BE** ikke har en invers for nogen 3×3 matrix **B**, skyldes at determinanten for E er lig nul. For når man beregner determinanten af E, kommer man hurtigt frem til at,

$$|E| = 1 \cdot 0 - 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 0$$

Dvs. at ligegyldig hvilken matrix du ganger på E, så vil determinanten altid blive lig nul og dermed findes der ingen invers.