5.Aflevering, Mikro 1

ldg790 - Christian B. Gustafson

Oktober 2020

(a)

Vi starter med at betragte den givet nyttefunktion $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$ som er en positiv monoton transformation Cobb-Douglas nyttefunktion $u(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^{1-a}$ som er fra ugeseddel 3 hvor $A = 1$ og $a = 1/2$ og $I = p_1 e_1 + p_2 e_2$. Vi benytter derfor herfra vores udtryk for det optimale forbrug.
Vi fandt frem til i ugeseddel 3 at:

$$x_1 = a\frac{I}{p_1} \tag{1}$$

og

$$x_2 = \frac{I}{p_2}(1-a) \tag{2}$$

Vi indsætter udtrykket for I i ligning 1 og 2:

$$x_1^*(p_1, p_2, e_1, e_2) = a\frac{p_1 e_1 + p_2 e_2}{p_1} \tag{3}$$

$$x_2^*(p_1, p_2, e_1, e_2) = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2}{p_2}(1-a) \tag{4}$$

Vi vil nu indsætte $(e_1, e_2) = (4, 6)$ og $p_1 = p_2 = 10$ samt $a = 1/2$ for at beregne det optimale forbruger under de oprindelige priser:

$$x_1^*(10, 10, 4, 6) = 0.5\frac{10 \cdot 4 + 10 \cdot 6}{10} = 5 \tag{5}$$

$$x_2^*(10, 10, 4, 6) = \frac{10 \cdot 4 + 10 \cdot 6}{10} \cdot (1 - 0.5) = 5 \tag{6}$$

Dette forbrugsbundt kalder vi $A = (5, 5)$

Vi vil nu indsætte $(e_1, e_2) = (4, 6)$ og $p_1 = 12, p_2 = 10$ samt $a = 1/2$ for at beregne det optimale forbruger under de nye priser:

$$x_1^*(12, 10, 4, 6) = 0.5\frac{12 \cdot 4 + 10 \cdot 6}{12} = 4.5 \tag{7}$$

$$x_2^*(12, 10, 4, 6) = \frac{12 \cdot 4 + 10 \cdot 6}{10} \cdot (1 - 0.5) = 5.4 \tag{8}$$

Dette forbrugsbundt kalder vi for $B = (4.5, 5.4)$. Vi beregner den samlede effekt af prisstigningen ved $B - A$:

$$B - A : (4.5, 5.4) - (5, 5) = (-0.5, 0.4)$$

(b)

Vi starter med at opstille udgiftsminimeringsproblemet:

$$\min_{x_1, x_2} p_1 x_1 + p_2 x_2 \text{ u.b.b. } x_1 x_2 = u \tag{9}$$

Vi opskriver lagrange-funktionen:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \lambda[u - x_1 x_2] \tag{10}$$

Nu udleder vi førsteordensbetingelserne (FOC) så indre optimum kan beregnes.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = p_1 - \lambda x_2 = 0 \Leftrightarrow p_1 = \lambda x_2 \tag{11}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = p_2 - \lambda x_1 = 0 \Leftrightarrow p_2 = \lambda x_1 \tag{12}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = u - x_1 x_2 = 0 \Leftrightarrow u = x_1 x_2 \tag{13}$$

Nu deler vi 12 med 11:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\lambda x_2}{\lambda x_1} \Leftrightarrow$$

$$x_2 = \frac{p_1}{p_2} x_1 \tag{14}$$

Vi indsætter nu (14) i (13) og udleder x_1:

$$u = x_1 \frac{p_1}{p_2} x_1 \Leftrightarrow$$

$$u = x_1^2 \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{p_2}{p_1} u} \equiv h_1^*(p_1, p_2, u) \tag{15}$$

Vi indsætter (15) i (14) og udleder x_2:

$$x_2 = \frac{p_1}{p_2} \sqrt{\frac{p_2}{p_1} u}$$

$$= \sqrt{\frac{p_1}{p_2}u} \equiv h_2^*(p_1, p_2, u) \tag{16}$$

Nu kan vi beregne nytten af det initiale forbrug:

$$u^* = u(5,5) = 5 \cdot 5 = 25$$

Vi indsætter nu det oprindeligenytte og nye priser i $(p_1 = 12, p_2 = 10, u^* = 25)$ i ligning (15) og (16) og dermed beregner Hicks-forbruget:

$$h_1^*(12, 10, 25) = \sqrt{\frac{10}{12}25} = 4.6 \tag{17}$$

$$h_2^*(12, 10, 25) = \sqrt{\frac{12}{10}25} = 5.5 \tag{18}$$

Dette forbrugsbundt kalder vi for $C = (4.6, 5.5)$

Nu kan vi beregne substitutionseffekten af C-A og indkomsteffekten B-C:

$$\text{Sub: C-A: } (4.6, 5.5) - (5, 5) = (-0.4, 5) \tag{19}$$

$$\text{Ind: B-C: } (4.5, 5.4) - (4.6, 5.5) = (-0.1, -0.1) \tag{20}$$

Vi starter med at beregne hvilket forbrug forbrugeren havde valgt under de nye priser, givet at forbrugerens initial beholdning ikke havde ændret sig fra 100.

$$x_1^* = 0.5\frac{100}{12} = 4.2$$

$$x_1^* = 0.5\frac{100}{10} = 5$$

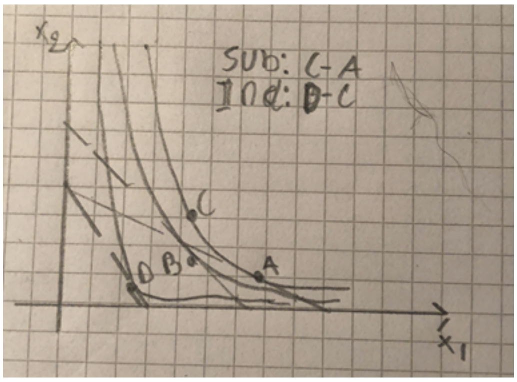
Dette bundt kalder vi for $D = (4.2, 5)$. Dvs. at vi nu kan dele indkomsteffekten op i ren indkomsteffekt D-C og formueeffekt, B-D:

$$\text{Ren indkomst: D-C: } (4.2, 5) - (4.6, 5.5) = (-0.4, -0.5) \tag{21}$$

$$\text{Formueefekt: B-D: } (4.5, 5.4) - (4.2, 5) = (0.3, 0.4) \tag{22}$$

(c)

Figuren nedenunder illustrerer mine resultater.Formueeffekten er B-D.



x_2
Sub: C-A
Ind: B-C
C
D B
A
x_1