

**Indholdsfortegnelse**

<b>Regnskab</b>	<b>8</b>
<i>Hvorfor har man regnskaber?</i>	8
<i>Corporate Governance (CG)</i>	8
<i>Formålet med regnskaber</i>	8
<i>Hvordan bliver årsregnskabet troværdigt?</i>	9
<i>Regnskabsmæssig fleksibilitet</i>	9
<i>Regnskaber</i>	9
<b>Årsregnskabet</b>	<b>9</b>
<i>Virksomheden:</i>	9
Virksomhedens 3 typer aktiviteter	9
<i>Investorer</i>	9
Kreditoren	9
Aktionæren	10
<i>Regnskabets bestanddele:</i>	10
De 4 elementer i årsregnskabet	10
1. <i>Balancen (balance sheet)</i>	10
Forskellige typer aktiver	10
Virksomhedens størrelse:	10
Virksomhedens værdi:	11
Balancen – skatur:	11
Passiver – struktur	11
2. <i>Resultatopgørelse (income statement)</i>	11
Indtægter og omkostninger:	11
3. <i>Egenkapitalopgørelse (statement of shares equity)</i>	11
4. <i>Pengestrømsopgørelse (cash flow statement)</i>	11
<i>Regnskabets sammenhænge</i>	12
Beholdninger og strømme:	12
<b>Årsregnskabets principper</b>	<b>12</b>
<i>Regnskabets forudsætninger</i>	12
<i>Begrænsninger på årsregnskabet</i>	13
<i>Regnskabsprincipper</i>	13
Hovedprincipper:	13
Værdiansættelse	14
Nutidsværdi:	14
Balanceposter:	14
Periodisering:	15
<b>Bogføring</b>	<b>15</b>
<i>Balanceligningen</i>	15
<i>Eks. Køber en bil – betaler halvdelen kontant og halvdelen med kredit</i>	15
<i>Det dobbelte bogholderi</i>	16
Bogføring af transaktioner	16
Konteringsregler	16
Årets resultat	16
Konteringskvadratet	16
Kredit og debet	17
Balancekonti og resultatkonti	17

Hjælpekonti	17
<i>Konsolidering af konti</i>	17
Saldo på konti	17
<i>Vareforbrug</i>	17
<i>Gevinster og tab ved salg</i>	17
<b>Nøgletal</b>	<b>18</b>
<i>Virksomheden værdi</i>	18
Bogført værdi	18
Likvidationsværdi	18
Sand værdi	18
Markedsværdi	18
<i>Nøgletal</i>	19
Nøgletals funktion	19
Nøgletal i praksis	19
Profitabilitet	19
Egenkapitals forrentning	19
Afkastningsgraden	20
Generelt om omsætningshastigheder	21
Aktivers omsætningshastighed	21
Tilgodehavenders omsætningshastighed	22
Varelagerets omsætningshastighed	22
Overskudsgraden	22
Finansiell gearing	22
<i>Likviditet (soliditet)</i>	22
<b>Værdiskabelse</b>	<b>22</b>
<i>Værdiskabelse i virksomheden</i>	23
<i>Alternativomkostning for ejerne</i>	23
<i>Dekomponering af egenkapitals forrentningen (EFK)</i>	23
<i>Faktorer i værdiskabelsen</i>	24
Overskudsgrad	24
Aktivers omsætningshastighed	24
Finansiell gearing	24
EKF's komponenter	24
<i>Finansiell gearing</i>	24
<i>Gældsrenten</i>	25
<i>P/E ratioen</i>	25
Resultat per aktie	25
Price-earnings ratio	26
<i>Markedsmæssigt aktieafkast</i>	26
Aktieafkast	26
<i>Kvaliteten af indkomst</i>	26
Periodiseringer	27
<i>Indirekte pengestrømsopgørelse</i>	27
Periodisering og pengestrømme	27
<b>Investeringer</b>	<b>28</b>
<i>Porteføljainvestering</i>	28
<i>Anlægsinvesteringer</i>	28
Investeringen	28
Udbetalinger	28
Indbetalinger	28

Investeringsteori	29
<b>Rentesregning – hovedværktøj</b>	<b>29</b>
<i>Nutidsværdi</i>	29
Beslutningskriterier	29
<i>Betalingsrækker</i>	30
Investerings betalingsrække	30
<i>Annuiteter</i>	30
Annuitetsformlen	30
Annuitetsfaktoren	31
Excel	31
<i>Annuitetsformlen ved vækst</i>	31
Opsparingsformlen	31
Excel	32
<i>Gordons formel</i>	32
Gordons formel uden vækst	32
<b>Beslutningskriterier</b>	<b>33</b>
<i>Kapitalværdi</i>	33
Kapitalværdikriteriet (enkeltinvestering)	33
Kapitalværdi som annuitet	33
Annuitetsværdien	34
Anvendelse	34
<i>Kapitalværdikriteriet (gentagen investering)</i>	34
<i>Intern rente (IR)</i>	34
Beregning af IR	35
Implicit antagelser ved IR	35
Investerings kapitalværdi	35
Enkeltinvesteringer	36
Valg mellem alternativer	36
<i>Modificeret intern rente MIR</i>	36
Beregning af MIR	37
<i>Tilbagebetaling</i>	37
Investerings tilbagebetalingstid	37
Simpel tilbagebetalingstid	38
Eksakt tilbagebetalingstid	38
<i>Investeringskalkulen</i>	38
Investeringen	38
<i>Kalkulationsrenten</i>	38
Alternativforrentning	38
Egenkapitalomkostningen	38
<i>Konventionelle investeringer / Konventionel tidsprofil</i>	39
<i>Ukonventionelle tidsprofiler</i>	39
<i>Uafhængige investeringer</i>	39
<i>NNV som funktion af alternativrenten</i>	39
<i>Profitabilitetsindekset</i>	40
<i>Beslutningskriterier fordele / ulemper</i>	40
<i>Beslutningskriterier – enkeltinvesteringer</i>	41
<i>Beslutningskriterier – valg mellem investeringsalternativer</i>	42
<b>Avancerede emner</b>	<b>42</b>
Sunk cost	42
Shut down betingelse	42

Shut down i produktionen	42
<i>Optimal levetid</i>	43
Nedlukning eller udskiftning	43
Beslutningskriterier	43
<b>Lån og obligationer</b>	<b>43</b>
<i>Finansieringsteori</i>	43
<i>Forskellige typer gæld</i>	43
Banklån	43
Realkreditlån	44
Virksomhedsobligationer	44
Leverandørkredit	44
<i>Lånerelaterede begreber</i>	44
<i>Rentebegreber</i>	44
Den pålydende rente	44
<i>Den effektive rente</i>	44
Begrænsninger	45
<i>Låntyper</i>	45
Kassekredit	46
Stående lån	46
Annuitetslån	46
Serielån	47
<i>Hydrider</i>	47
<i>Kriterier for valg af lån</i>	47
<i>Obligationer</i>	47
<i>Effektiv rente og kurstab</i>	48
<i>Hvordan bestemmes kursen</i>	48
<i>Markedsrente, pålydende rente og kursværdi</i>	48
<i>Rentestruktur på obligationsmarkedet</i>	48
<b>Måling af afkast og risiko</b>	<b>49</b>
<i>Afkast</i>	49
Afkastet af et værdipapir	49
Relativt afkast (return relative)	49
Realt afkast vs. Nominelt afkast	49
<i>Historiske vs fremtidige afkast</i>	50
Afkast over flere år	50
Måling af gennemsnitligt afkast	50
<i>Risiko</i>	51
Måling af risiko	51
Risikopræmie	52
<i>Afvejningen mellem forventet afkast og risiko</i>	52
<b>Porteføljeteori</b>	<b>52</b>
Antagelser	54
<i>Diversifikation (Mindske risiko..)</i>	54
Hvor meget kan risikoen reduceres ved diversifikation	55
<i>Porteføljebeslutningen</i>	55
<i>Teori kontra virkelighed</i>	55
<i>Teoretisk statistisk (centrale begreber)</i>	56
Stokastiske variable	56
<i>Stokastiske variable og porteføljeteori</i>	57
<i>Kontinuert sandsynlighedsfordeling (uendeligt antal mulige udfald)</i>	57

Middelværdi	58
Varians	58
Sammensatte stokastiske variable	59
Kovarians	59
Betydningen af kovarianser	60
<i>Graden af samvariation</i>	60
<i>Teori vs empiri</i>	60
<i>Population vs stikprøve</i>	61
<i>Estimation af populationsparametre</i>	61
<i>Porteføljens afkast</i>	61
<i>Porteføljens forventede afkast</i>	62
<i>Porteføljens varians</i>	62
<i>Efficiente porteføljer</i>	62
<i>Porteføljeteorien i praksis</i>	64
<b>Kapitalmarkedsteori</b>	<b>64</b>
<i>Antagelser</i>	65
<i>Det risikofri afkast (RF)</i>	65
Implikationerne af et risikofrit aktiv	65
<i>Porteføljen M</i>	67
<i>Tangentporteføljen og kapitalmarkedslinjen</i>	67
<i>Kapitalmarkedslinjens hældning</i>	68
Risikopræmien	69
<i>Risikoaversion og porteføljevalg</i>	69
<i>Prisen på enkelte værdipapirer</i>	69
<i>Det relevante risikomål for et værdipapir</i>	70
<i>CAPM (Forholdet mellem forventet aflast og risiko for enkelte værdipapirer)</i>	70
Er CAPM en god model	71
<i>Fortolkning af beta 1</i>	71
Estimation af Beta 1	72
<i>Fortolkning af beta 2</i>	72
Estimation af Beta 2	72
<b>Fundamental værdi</b>	<b>73</b>
<i>Fundamental analyse</i>	73
<i>Discounted Cash Flow-metoder (DCF)</i>	73
Dividend Discount Model (DDM)	73
<i>Dividender vs kursgevinster</i>	74
<i>Free Cash Flow to Equity</i>	74
<i>DDM vs FCFE</i>	75
Hvilken værdi estimeres?	76
Free Cash Flow to Firm (FCFE)	76
<i>Hvad er WACC?</i>	76
<i>Finansieringsomkostninger og finansieringsstruktur</i>	77
Modigliani-Miller-teoremet	77
Intuition	78
Antagelser	78
<i>Modeller i økonomi</i>	78
<i>Modern corporate finance</i>	78
<b>Efficiente markeder</b>	<b>79</b>
<i>Implikationer af efficiente markeder</i>	79
<i>Hvad skal der til for at markederne er efficiente</i>	80

Teoretisk kritik	81
<i>Tre hypoteser om efficiente markeder (Ting om EMH)</i>	81
Svag EMH	81
Semistærk EMH	82
<i>Stærk EMH</i>	84
Anomalier	85
<i>Behavioral economics</i>	85
<i>Behavioral finance</i>	85
<i>Er de finansielle markeder efficiente?</i>	86
<b>Finansiering - opsamling</b>	<b>86</b>
<b>Strategi</b>	<b>88</b>
<b>Mikroøkonomiske Principper</b>	<b>88</b>
<i>Hvad er strategi</i>	88
Strategi i praksis	88
<i>Virksomhedens afgrænsning</i>	89
<i>Virksomhedens organisation</i>	89
<i>Omkostningsteori</i>	89
Omkostningsbegreber	89
Omkostningsfunktionernes egenskaber	89
Faste og variable omkostninger	91
<i>Skalafordele og skalaulemper</i>	91
<i>Faste og variable omkostninger</i>	92
<i>Lang sigt vs kort sigt</i>	92
Sunk costs	93
Økonomiske omkostninger vs. Regnskabsmæssige omkostninger	93
Økonomisk profit vs. Regnskabsmæssigt overskud	93
Virksomhedens pris / mængde beslutning	94
<i>Efterspørgselselasticitet</i>	94
Efterspørgselselasticitet i praksis	94
<i>Omsætningsfunktioner</i>	95
Marginalomsætning og efterspørgselselasticitet	95
<i>Optimal prissætning</i>	95
<i>Fuldkommen konkurrence</i>	96
<i>Ligevægt</i>	96
Ligevægt med fuldkommen konkurrence	97
<b>Stordriftsfordele og samdriftsfordele</b>	<b>97</b>
<i>Stordriftsfordele</i>	97
Konsekvenser af stordriftsfordele	97
<i>Samdriftsfordele</i>	97
Konsekvenser af samdriftsfordele	98
<i>Faste omkostninger</i>	98
<i>Udelelige produktionsfaktorer ("indivisibilitets")</i>	98
Lagerforhold	99
Ingeniørtekniske forhold	99
Indkøb	99
Andre kilder til stordrifts- og samdriftsfordele	99
<i>Kilder til skalaulemper</i>	100
<b>Incitaments- og koordinationsproblemer</b>	<b>101</b>
<i>Principal-agent-relationer</i>	102

Principal-agent-problemer	102
Optimal kontrakt	105
Problemer med modellens antagelser	105
<i>Koordination</i>	106
<i>Centralisering vs decentralisering</i>	106
<b>Virksomhedens vertikale afgrænsning</b>	<b>106</b>
<i>Købe eller producere selv?</i>	107
Argumenter for at købe	107
Stordrift, specialisering og læring	107
Agentproblemer	107
Indflydelsesomkostninger	107
<i>Argumenter for at producere selv:</i>	108
Privat information	108
Koordination	108
Hold – up problemet	108
<i>Kontrakter</i>	109
Hvorfor ikke fuldstændige kontrakter	110
<i>Opsummering: Make vs buy</i>	110
<i>Teknisk efficiens vs. Organisatorisk efficiens</i>	110
Hvad bestemmer den optimale organisationsform?	111
Omkostningsefficiens og specificitet:	111
<b>Diversifikation og konglomerater</b>	<b>112</b>
<i>Hvordan bliver et konglomerat til ?</i>	112
<i>Efficiensbaserede argumenter</i>	113
Stordrifts- og samdriftsfordele	113
Interne kapitalmarkeder	113
Risikospredning for investorer	114
<i>Principal-agent –baserede argumenter</i>	114
<i>Markedet for kontrol</i>	115
<b>Incitament i virksomheden</b>	<b>115</b>
<i>Incitamentsbaseret aflønning under sikkerhed</i>	115
Den sikre ækvivalent	116
Salgskontrakt med usikkerhed	116
Modellens tidslinje	117
#2 valg af job	118
# 1 Optimal kontrakt	118
<i>Indsigter</i>	119
<i>Multitasking</i>	119
<i>Valget mellem forskellige præstationsmål</i>	120
<i>Alternativer til præstationsbaserede kontrakter</i>	120
Subjektive evalueringer	120
Mulighed for forfremmelse	121
Risiko for fyring	121

## Regnskab

*Eksternt regnskab* – Rapportering om virksomhedens finansielle situation, myndighedskrav – offentligt regnskab i store selskaber.

*Internt regnskab* – virksomhedens interne styring og kontrol, performance indikatorer, ikke-offentligt.

*Sammenhæng med makroøkonomi* – nødvendigt at forstå regnskaber for at forstå mange makroøkonomiske fænomener som: finanskrisen, nationalregnskabet.

*Sammenhæng med mikroøkonomi* – Gør det muligt at karakterisere og analysere en virksomheds aktiviteter: - forstår virksomheders adfærd.

### Hvorfor har man regnskaber?

*Velfungerende kapitalmarkeder* – Entreprenører uden penge kan føre idéer ud i livet. Investorer uden idéer kan investere i fordelagtige projekter. – Sikring af efficient allokering af kapital.

*Ejerskab og ledelse* – økonomisk aktivitet sker ofte gennem selskaber hvor der ikke er sammenfald mellem ejerskab og ledelse. – Informationskløft mellem ejerskab og ledelse – interessekonflikter mellem ejerskab og ledelse.

### Corporate Governance (CG)

*Tilpasning af ledelsens interesser med ejernes* – Overvågning – reduktion af informationskløften. Interessetilpasning – reduktion af interessekonflikter. CG er essentielt for velfungerende kapitalmarkeder. Velfungerende CG mekanismer forudsætter eksistensen af pålidelig finansiell information.

Eksempler på CG mekanismer: Resultatafhængig løn, bestyrelse overåger ledelsen, ledelsen har et juridisk ansvar, gældsloftsklausuler – og andre begrænsninger.

### Formålet med regnskaber

Velfungerende Corporate Governance mekanismer forudsætter eksistensen af pålidelig finansiell information.

Årsregnskabets vigtigste funktion er at sikre og tilvejebringe denne pålidelige finansielle information.



### Hvordan bliver årsregnskabet troværdigt?

*Ekstern kontrol* – Årsregnskabsloven, Internationale standarder: GAAP (USA) og IFRS (EU), revisorpåtegning og tilsyn, disciplinering og straffeansvar. (Store firmaer skal have eksterne virksomheder til at sikre at det er korrekt og godt det der foregår).

*Intern kontrol* – Formaliserende interne systemer – disciplinering, revision (?), Men revisoren ansættes af ledelsen, men revisoren kan ikke kontrollere alle oplysninger.

### Regnskabsmæssig fleksibilitet

*Regnskabsstandarder* – Virksomheder skal overholde standarder, Men standarderne efterlader en vis fleksibilitet: Ledelsen kan præge den offentlige rapportering. Eksempler: Indregning af indkomst (i hvilket år?), bagatelgrænser, afskrivninger, konsolidering af datterselskaber.

### Regnskaber

- Skal sikre pålidelig finansiel information om virksomheder
- Nødvendige for god CG og tillid i kapitalmarkeder: En forudsætning for økonomisk vækst.
- Udtrykker ikke en endegyldig og objektiv sandhed: Vigtigt at forstå hvilket råderum virksomheder har for at kunne læse et regnskab. Misvisende regnskaber kan have alvorlige konsekvenser.

## Årsregnskabet

### Virksomheden:

Virksomheden er en afgrænset, værdiskabende entitet som kan karakteriseres ved dens:

- Aktiviteter
- Investorer (ejere)
- Kapitalstrømme

### Virksomhedens 3 typer aktiviteter (den røde tråd i EØ)

- *Finansiering*: Fremskaffelse af kapital, lån eller kapitalindskud (aktionærer)
- *Investering*: Køb og salg af aktiver, investeringer generer værdi for vsh'en over tid
- *Drift*: Generering af indtægter via. produktion og salg, generering af omkostninger ifbm., Produktion og salg.

### Investorer

### Kreditoren

- *Kreditorens afkast*: Afkast i form af rente, juridisk krav på rente jf. låneaftale, renter er regnskabsmæssigt set en omkostning for virksomheden

- *Kreditorens rettigheder*: Har ingen del i overskud, har ingen stemmeret, hovedstolen tilbagebetales ved lånets udløbstid, tilgodeses først ifbm. konkurs.

### Aktionæren

- *Aktionærens afkast*: Afkast i form af udbyttebetalinger og kursgevinster, intet juridisk krav på udbyttebetalinger, udbyttebetalinger er regnskabsmæssigt set ikke en omkostning for virksomheden
- *Aktionærens rettigheder*: Har del i overskud – udbytte eller opsparing i vsh'en, har stemmeret, hovedstolen tilbagebetales når/ hvis vsh'en ønsker det, tilgodeses sidst ifbm. konkurs

## Regnskabs bestanddele:

### De 4 elementer i årsregnskabet

#### 1. Balancen (balance sheet)

Balancen er regnskabs hovedpost og er et øjebliksbillede af vsh'ens finansielle situation - beholdningsopgørelse. Viser hvor mange penge der er investeret i vsh'en, samt hvad pengene er investeret i. De øvrige 3 regnskabslementer er underposter på balancen som angiver hvordan den ændres over tid.

- *Aktiver (assets)*: Virksomhedens investeringer (hvordan er kapitalen anbragt), anlægsaktiver (maskiner, bygninger, anlæg...), omsætningsaktiver (likvider, varelagre...)
- *Passiver (liabilities & shareholders equity)*: Virksomhedens finansiering (hvordan er kapitalen fremskaffet), egenkapital = aktiver-gæld eller = indskudt kapital – henlagt overskud (indskudt kapital og optjent overskud), gæld (kortfristet og langfristet), udtrykker virksomhedens regnskabsmæssige værdi

*Balanceligningen*: Aktiver = passiver (gæld og egenkapital)

#### Forskellige typer aktiver

- *Anlægsaktiver*: Aktiver som er i vedvarende brug: Materielle anlægsaktiver (bygninger, maskiner), finansielle anlægsaktiver (aktier i datterselskaber), immaterielle anlægsaktiver (goodwill, patenter)
- *Omsætningsaktiver*: Aktiver som genererer løbende omsætning: Likvider og tilgodehavender, varelagre, kortfristede værdipapirer

#### Virksomhedens størrelse:

Værdien af vsh'ens aktiver er et af flere mål for vsh'ens størrelse. (andre mål: omsætning, overskud og ansatte)

**Virksomhedens værdi:**

Værdien af egenkapitalen er et regnskabsmæssigt udtryk for vsh'ens værdi. Men afviger generelt fra markeds- og likvidationsværdi

**Balancen – skultur:**

- *Rangering efter likviditet:* Likviditet (hvor hurtigt et aktiv eller passiv kan konverteres til kontanter), omsætningsaktiver (aktiver der forventes realiseret inden for et år), kortfristet gæld forfalder typisk inden for et år
- *USA vs. Danmark:* I DK er de mest likvide elementer nederst i balancen, i USA er de mest likvide elementer øverst i balancen

**Passiver – struktur**

- *Gæld:* Kortfristet gæld (current liabilities), langfristet gæld (long-term liabilities)
- *Egenkapital:* Indskudt kapital (contributed capital), henlagt overskud (retained earnings)

**2. Resultatopgørelse (income statement)**

Resultatopgørelse angiver ændringer i indtægter og omkostninger

**Indtægter og omkostninger:**

- *Indtægter (generering af nye aktiver):* Indtægter fra salg af varer og tjenesteydelser, finansielle indtægter (renter), gevinster ved frasalg af aktiver, indtægter ved salg på kredit
- *Omkostninger (forbrug af aktiver):* Forbrug af (rå)varer og tjenesteydelser, forbrug af anlægsaktiver (slidtage / værdiforringelse), finansielle omkostninger (renter), tab ved frasalg af aktiver

**3. Egenkapitalopgørelse (statement of shares equity)**

Egenkapitalopgørelse angiver ændringer i egenkapital

- *Egenkapitalsligning:* egenkapital = henlagt overskud + indskudt kapital, egenkapitalopgørelsen redegør for hvordan egenkapitalen er arrangeret (indskud eller overskud), hvor årets ændringer kommer fra
- *Ændringer i egenkapitalen:* overskud (+), underskud (-), kapitalindskud (+), udbyttebetaling (-)

**4. Pengestrømsopgørelse (cash flow statement)**

Pengestrømsopgørelse angiver ændringer i ind- og udbetalinger

- *Pengestrømsopgørelse*: redegør for virksomhedens ind- og udbetalinger over en given periode, viser hvordan virksomhedens likviditet ændrer sig, viser hvor ændringerne kommer fra (hvilke aktiviteter)
- *Pengestrøm og resultatopgørelse*: når en vare leveres påvirkes resultatet (indtægt), når varen betales påvirkes pengestrøm (indbetaling), udbytte påvirker pengestrøm men ikke resultat, afskrivning påvirker resultat men ikke pengestrøm

## Regnskabets sammenhænge

### Beholdninger og strømme:

Balance og egenkapitalopgørelse er beholdningsopgørelser (dvs. opgjort til et givent tidspunkt). Resultat og pengestrøm er strømopgørelser (dvs. opgjort over tid)

## Årsregnskabets principper

### Regnskabets forudsætninger

*Selvstændig økonomisk enhed:*

- *Forudsætningen*: Afgrænsning af den enhed som aflægges regnskab, regnskabet omfatter en enkelt selvstændig juridisk enhed (fx et selskab), nøje afgrænsning af enhedens fra dens ejere
- *Fragmentering og konsolidering*: Et enkelt selskab som er ejet af andre selskaber, en hel koncern (moderselskabet og alle dets direkte og indirekte datterselskaber), joint ventures (transfer pricing)

*Regnskabsperiode:*

- *Forudsætningen*: Afgrænsning af perioden som regnskabet føres over, vsh'en aflægges typisk regnskab på samme tidspunkt hvert år, regnskabsperioden kan afvige fra kalenderåret (fx 1 apr. – 30. Mar.)

*Fast måleenhed:*

- *Forudsætningen*: regnskabets elementer måles i kroner (eller anden relevant valuta), der korrigeres ikke løbende for inflation
- *Betydning af inflation i praksis*: Faktisk værdi af reelle aktiver stiger med inflationen, i perioder med høj inflation kan den faste måleenhed være meget misvisende, værdi af virksomhedens aktiver og egenkapital undervurderes (Det er mere relevant at se på hvordan lønninger, omkostninger er steget og faldet og ikke så meget hvilken påvirkning inflationen har)

*Going concern:*

- *Forudsætningen:* Det antages at vsh'en fortsat vil være aktiv udover regnskabsperioden, vsh'ers aktiver vurderes ud fra at de vil skabe værdi (ikke ud fra hvad de kan indbringe ved et salg)
- *Going concern kræver kontinuitet:* Er vsh'en truet af konkurs kan antagelsen om "going concern" være misvisende, konkurs (vsh'ens aktiver sælges til markedspris)

### Begrænsninger på årsregnskabet

Eksempler:

- Bagudskuende
- Ingen information om fremtidige pengestrømme
- Anvender kun dokumenterbar information
- Tager ikke højde for forretningsklima og konjunkturer
- Vigtige begivenheder registreres ikke – fx ændringer i ejendomsværdi, teknologisk fremskridt, lovændringer
- Ledelsen kan i mange tilfælde påvirke regnskabet
- Regnskabsmæssig værdi afviger fra den sande værdi

### Regnskabsprincipper

#### Hovedprincipper:

*Objektivitet:*

- *Princippet:* Information som ligger til grund for regnskabet skal være dokumenterbar og pålidelig, regnskabet skal stræbe mod en eliminering af skøn og subjektive vurderinger
- *Anvendelse:* Objektive rammer for regnskabets formaliteter, objektive kriterier for (fx) værdiansættelse og afskrivning, objektivitet – neutralitet

*Matching:*

- *Princippet:* Omkostninger skal henføres til samme periode som de indtægter der følger med disse omkostninger, i praksis – omkostninger udskydes indtil de genererer indtægter, retvisende billede af de enkelte regnskabsperioder
- *Anvendelse:* Betydning for periodiseringer i regnskabet: periodeafgrænsningsposter investering og afskrivninger, indregning af indtægter

*Forsigtighed*

- *Princippet:* Hvis der er tvivl om et regnskabsmæssigt element bør man altid vælge "forsigtigt" (- overdrive værdien af gæld og omkostninger, - underdrive værdien af aktiver og indtægter)
- *Anvendelse:* Værdiansættelse (brug laveste værdi hvis i tvivl...)

*Konsistens:*

- *Princippet:* Sikrer kontinuitet og sammenlignelighed over tid, for et givent regnskabelement har vsh'en et vist råderum til at vælge sin praksis (fx afskrivninger), konsistensprincippet kræver at den samme praksis anvendes i alle perioder
- *Anvendelse:* Virksomheder kan kun ændre regnskabspraksis hvis der foreligger en reel begrundelse, det skal fremgå af regnskabet at der er i en given situation er ændret praksis

### Værdiansættelse

Værdiansættelsesmetoder:

- *Markedsværdi*: Hvad kunne aktivet sælges for på markedet i dag?, findes der et veldefineret marked for det konkrete aktiv?
- *Genanskaffelsesomkostning*: Hvad ville det i dag koste at genanskaffe det samme aktiv?, findes der et veldefineret marked for det konkrete aktiv?
- *Anskaffelsespris*: Den oprindelige pris som aktivet havde da det blev anskaffet – minus afskrivninger, anvendes når der ikke er et veldefineret marked for aktivet
- *Nutidsværdi*: Tilbage diskonteret værdi af fremtidige pengestrømme som aktivet giver anledning til, nutidsværd forudsætter at man kender pengestrøm og den relevante diskonteringsrente

### Nutidsværdi:

Nutidsværdi udtrykker den aktuelle værdi af fremtidige betalinger, relevante diskonteringsrente (se investeringsteori), alle aktiver har en nutidsværdi (den værdi som aktivet vil generere i fremtiden diskonteret til nutid, en virksomheds goodwill (udtrykker den markedspræmie som investorer vil betale for aktiverne)

Nutidsværdien er teoretisk set den mest rigtige metode at værdiansætte aktiver på, men metoden kræver antagelser om fremtidige betalinger og alternativ rente.

Eks.

En maskine forventes at generere 1.000 DKK om året i 3 år – virksomhedens alternativrente er 4 pct.

Nutidsværdien af betalingen på 1.000 DKK er dermed  $1.000 \cdot 1,04^{-1} + 1.000 \cdot 1,04^{-2} + 1.000 \cdot 1,04^{-3} = 2.755$  DKK

### Balanceposter:

- *Kontanter og kortfristet gæld*: markedsværdi (pålydende værdi), princip: objektivitet
- *Tilgodehavender og værdipapirer*: markedsværdi, princip: objektivitet
- *Lagervarer*: Indkøbspris (genanskaffelsesomkostning, markedsværdi), afhænger af typen, principper: objektivitet og forsigtighed.
- *Jord, bygninger, aktier i datterselskaber*: Anskaffelsespris (minus afskrivninger), princip: objektivitet
- *Patenter, goodwill, organisations omkostninger*: Indkøbspris (minus afskrivninger), princip: objektivitet
- *Langfristet gæld og tilgodehavender*: Nutidsværdi, princip: objektivitet

### Periodisering:

#### Matching i praksis:

- *Periodisering*: Periodisering dækker overordnet set over dét at man henfører omkostninger og indtægter til de perioder hvor de reelt afholdes (periodisering, afskrivninger, indregning af indtægter)
- Periodisering anvendes til at korrigere poster i regnskabet for sådanne periodeafgrænsninger
- Afskrivninger
- Varelagre
- Forudbetalte omkostninger
- Forudbetalte indtægter
- *Matching princippet*: Matching principper fordrer at alle omkostninger og indtægter henføres til de perioder hvor de afholdes, dette uanset om betaling finder sted samtidig med

#### Afskrivning:

- *Afskrivninger*: Investeringer anskaffes for at generere værdi over tid, dermed vil investeringer også blive brugt (og nedslidt) over tid, afskrivninger er en regnskabsmæssig tilnærmelse til den faktiske værdiforringelse
- *I praksis*: Investeringer bogføres som et aktiv når de anskaffes, forskellige afskrivningsregler (kriterier) og metoder (fx lineær afskrivninger, saldoafskrivning), investeringen afskrives over sin levetid (den enkelte afskrivning er årets omkostning ved at bruge aktivet).

#### Indregning af indtægter:

- *Indregningskriterier*: størstedel af produktion og salg er færdiggjort, indtægtens størrelse er (objektivt) kendt, størstedel af omkostninger er afholdt (resten kendt), betaling er sikret med stor sandsynlighed
- *Omkostninger*: omkostninger følger de indtægter som de er med til at generere (matchingprincippet) (Fx produktionsomkostninger – varelager vs. Vareforbrug)
- *I praksis*: Almindeligvis fortolkes indregningskriterierne sådan at virksomheden må bogføre indkomsten når varen er leveret (Kunderne er juridisk forpligtigede til at betale), omkostningerne følger indtægten

## Bogføring

### Balanceligningen

Aktiver = passiver

Eks. Køber en bil – betaler halvdelen kontant og halvdelen med kredit

Biler (aktiv) stiger med hele beløbet – likvider falder med halvdelen af beløbet – gæld stiger med halvdelen af beløbet

Totale aktiver og totale passiver påvirkes ens

**Det dobbelte bogholderi**

- *Daglige transaktioner*: Enhver transaktion påvirker mindst to steder (ellers ville balanceligningen ikke holde), bogføring sker på separate konti for hver eneste post i regnskabet, detaljegraden afhænger af virksomhedens behov (fx aggregerede eller segmenterede omkostninger)
- *Det dobbelte bogholderi*: Sikrer at alle transaktioner bogføres mindst to steder og at alle transaktioner bibeholder balanceligningen, reducerer fejlkilder (indbygget kontrol)
- *Debet*: dækker over tilgangene til aktiver i eks. balancen, men hænger også sammen med omkostninger i resultatopgørelsen
- *Kredit*: er den negative side af en balancekonto og den negative side af en resultatkonto

**Bogføring af transaktioner**

Tre simple spørgsmål:

- Hvilke konti påvirker transaktionen (aktiv/ passiv)?
- Øges eller reduceres disse konti (debit / kredit) ?
- Hvor meget øges eller reduceres de?

**Konteringsregler**

- Passiver krediteres når de forøges og debiteres når de reduceres
- Aktiver debiteres når de forøges og krediteres når de reduceres

**Årets resultat**

- Årets resultat hører til henlagt overskud (et passiv)
- Indtægter krediteres da de øger overskuddet mens omkostninger debiteres da de reducerer overskuddet

**Konteringskvadratet**

	+	÷
Aktiver Omkostninger	Debet	Kredit
Passiver Indtægter	Kredit	Debet



### Kredit og debet

For enhver transaktion gælder endvidere at der krediteres præcis det samme beløb som der debiteres andetsteds – balanceligningen

### Balancekonti og resultatkonti

- Konti som optræder på balancen (likvider, gæld, mv.) har i udgangspunktet en saldo når året starter
- Konti som optræder på resultatopgørelsen, dividender og nogle hjælpekonto nulstilles for hvert regnskabsår

### Hjælpekonti

- Der findes visse hjælpekonto som ikke optræder på den endelige balance eller resultatopgørelse
- Akkumulerede afskrivninger
- Privatforbrug i enkeltmandsvirksomheder

### Konsolidering af konti

#### Saldo på konti

Regnskabsafslutning (alle konti salderes):

- Debet- og creditsiderne summeres hver for sig og forskellen findes
- Aktiver og omkostninger salderes i debet
- Passiver og indtægter salderes i kredit

Konsolidering af konti:

- Resultatopgørelsen findes ved at samle indtægts- og omkostningskontiene
- Pengestrømsopgørelsen findes ved at gruppere elementerne på kontoen for likvider
- Egenkapitalopgørelsen findes ved at samle indskudt kapital, henlagt overskud, årets resultat og udbytter

### Vareforbrug

Varelagre og vareforbrug:

- I den typiske virksomhed sker der stor tilgang og afgang fra varelageret i årets løb
- Forbruget fra varelageret er en regnskabsmæssig omkostning og skal bogføres som sådan
- Når varelageret optælles kan man gøre det samlede forbrug op over hele året, og fradrage det som en omkostning på resultatopgørelsen (vareforbrug)
- Det er ikke en omkostning når vi producere, men først når man tæller varelageret op

### Gevinster og tab ved salg

Køb og salg af investeringer

- Når virksomheden investerer i et anlægsaktiv bogføres det til indkøbspris minus afskrivninger
- Anlægsaktiver sælges imidlertid næsten aldrig til deres bogførte værdi

- Prisforskellen realiseres som enten en gevinst eller et tab

#### Tab og gevinster

- Hvis et aktiv sælges til under den bogførte værdi betyder det at der er afskrevet for lidt over tid
- Dette korrigeres ved at bogføre et tab eller en ekstra afskrivning i den sidste periode
- Tilsvarende for gevinster

#### Eksempel:

<b>Summespørgsmål</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ En virksomhed har en bil bogført til en værdi på 500</li> <li>▪ Bilen sælges for 700</li> <li>▪ Hvordan håndteres dette i det dobbelte bogholderi?</li> </ul>
<b>Svar</b>	Tre konti: Anlæg (Aktiv), Likvider (Aktiv) og indtægt (gevinst ved frasalg - Indtægt)

## Nøgletal

### Virksomheden værdi

#### Bogført værdi

*Indskudt værdi + henlagt overskud*

Den regnskabsmæssige værdi af virksomhedens egenkapital.  
Den mest misvisende

#### Likvidationsværdi

Markedsværdi af virksomhedens aktiver fratrukket virksomhedens gæld

#### Sand værdi

Nutidsværdi af virksomhedens fremtidige indbetalinger som virksomheden vil realisere i sin levetid – umulig at kende i praksis.

#### Markedsværdi

Værdien af virksomhedens aktier til markedskurs

*kurs · aktier*

## Nøgletal

Nøgletal er ikke defineret inden for en afgrænsning, der findes rigtig mange forskellige nøgletal som kan være relevante at vurdere i et regnskab.

Nøgletal anvendes af regnskabsbrugeren til at få et subjektivt og kvalitativt indblik i en vsh.

1. Egenkapitalens forrentning
2. Afkastningsgraden
3. Aktivers omsætningshastighed
4. Overskudsgraden

## Nøgletals funktion

Absolutte størrelser i årsregnskabet indeholder for lidt information

Nøgletal relaterer regnskabets værdier ift. hinanden og gør regnskabet overskueligt

Nøgletal anvendes til at forstå virksomhedens sande værdi

## Nøgletal i praksis

Opsummerer fx virksomhedens profitabilitet, finansielle gearing og likviditet

Kan sammenlignes på tværs af virksomheder og industrier

Kan sammenlignes over tid (indikation om virksomhedens udvikling ift. konkurrenter)

## Profitabilitet

Vsh'ens indtjeningsevne (hvor god er vsh'en til at generere indtægter?)

- Vsh'ens evne til at forvalte aktionærernes kapital
- Vsh'ens evne til at generere profit
- Vsh'ens evne til at omsætning
- Vsh'ens evne til at generere indtjening

## Egenkapitals forrentning

$$EKF = \frac{\text{Resultat}}{\text{egenkapital}}$$

Måler afkast til egenkapitalen per krone investeret i vsh'en.

### Intuition:

Det regnskabsmæssige mål for forrentning af investorernes indskud i vsh'en

Kun resultatet efter skat og rentebetalinger tilfalder ejere af egenkapitalen

Eks:

**Eksempel**

$$EKF = \frac{\text{Resultat}}{\text{Egenkapital}}$$

Vsh'ens **ultimoegenkapital** er på 1.000

Resultatopgørelse 2014	
Indtægter	1.000
Omkostninger	500
Resultat før renter	500
Renter	100
Resultat før skat	400
Skat (25%)	100
Resultat	300

Egenkapital	
2013	2014
700	1000

$$EKF = \frac{300}{1.000} = 30\%$$

Gennemsnitlig egenkapital så tager man antallet af år og lægger egenkapitalen sammen og dividere med antallet af år – også tager man det i nævneren.

**Afkastningsgraden**

$$AG = \frac{\text{resultat} + \text{renter}}{\text{aktiver}}$$

$$AG (\text{efter skat}) = \frac{\text{resultat} + \text{renter}(1 - \text{skattersats})}{\text{aktiver}}$$

Afkastet til virksomhedens samlede investeringer per krone kapital investeret

Før skat / efter skat: Før: Findes helt simpelt ved at anvende resultat før renter i tælleren. Efter: Da virksomheder fradrager rentebestemmelser i skat skal der korrigeres for dette i tælleren. VIGTIGT AT VÆRE OPMÆRKSOM PÅ DETTE!

Eks:

**Eksempel**

$$AG = \frac{\text{Resultat} + \text{Renter}(1 - \text{skattesats})}{\text{Aktiver}}$$

Resultatopgørelse	
Indtægter	1.000
Omkostninger	500
Resultat før renter	500
Renter	100
Resultat før skat	400
Skat (25%)	100
Resultat	300

Totale aktiver	
2013	2014
1.600	2.000

$$AG = \frac{300 + 100(1 - 0,25)}{2.000} = 19\%$$

**Intuition:**

Hvor meget overskud genererer vsh'en per krone investeret kapital  
Tager ikke højde for vsh'ens finansiering – renteomkostninger en del af indtjeningsevnen  
Vsh'ens investorer deler resultat før renter mellem sig

For at få den gennemsnitlige afkastningsgrad tager man gennemsnittet af aktiverne i antallet af årene.

EKF vs. AG: Hvis en virksomhed har gæld – hvad er da typisk højest?

- Hvis renten er lavere end afkastningsgraden så vil egenkapitalens forening øges ved at gear egenkapitalen.

**Generelt om omsætningshastigheder**

Omsætningshastigheder angiver hvor meget kapital der i gennemsnit er bundet i varelagre / driftsaktiver / tilgodehavender osv.

Generelt er en høj omsætningshastighed positivt – relativt lidt kapital er bundet af gangen

**Aktivers omsætningshastighed**

$$AOH = \frac{\text{indtægter}}{\text{aktiver}}$$

Virksomhedens evne til at generere indtægter per krone kapital investeret

**Intuition:**

Mål for vsh'ens kapitalbinding (så høj som muligt!)

Angiver vsh'ens evne til at generere salg og indtægter med en given kapital (vigtig profitabilitetsmål)

Indtægter – omsætning – varesalg (same same...)

Høj AOH: Konsulent virksomheder, tjenesteydelses virksomheder, supermarkeder (for solgt deres varerlager meget hurtigt)

Lav AOH: Medicinal virksomheder, øl fabrikanter osv.

Produktionsvirksomheder har typisk investeret et stort kapitalapparat og dermed lav AOH

### Tilgodehavenders omsætningshastighed

$$TOH = \frac{\textit{kreditsalg}}{\textit{tilgodehavender}}$$

Angiver et gennemsnit for hvor stor en andel af tilgodehavender der indløses i løbet af et år

- hvor mange gange omsættes tilgodehavenderne?

### Varelagerets omsætningshastighed

$$LOH = \frac{\textit{vareforbrug}}{\textit{varelager}}$$

Angiver hvor mange gange varelageret omsætter i løbet af et år.

### Overskudsgraden

Andel af indtægter før renter som går til vsh'ens overskud

Kaldes også profitmargin

### Finansiell gearing

Vsh'en finansiering

Kapitalstruktur og kapitalomkostninger (forholdet mellem gæld og egenkapital)

### Likviditet (soliditet)

Hvor stor er likviditetsrisikoen i vsh'en?

Hvor stor er den langsigtede risiko (hvor robust er vsh'en over for stød til indtjeningen?)

### Værdiskabelse

Egenkapitalens forrentning kan dekomponeres på de værdiskabende komponenter, og bruges til at analysere forskelle over tid og på tværs af virksomheder

EFK (fratrasket egenkapitalomkostning) udtrykker den reelle værdiskabelse som er genereret i virksomheden

Aktieafkastet udtrykker forventningen om fremtidig værdiskabelse – dvs. fremtidig vækst i EFK

P/E forholdet er et regnskabsmæssigt mål for forventningerne til en virksomheds værdiskabelse

### Værdiskabelse i virksomheden

#### Hvornår har en virksomhed skabt værdi?

Når resultatet er positivt?

- Når en virksomheds resultat er positivt er det ikke nødvendigvis ens betydende med at der er skabt værdi – alternativ omkostninger...

Når EKF er større end bankens indlånsrente?

- Her skal man også se på alternativ renten!

Værdiskabelse:

En virksomhed genererer større afkast end markedet ellers gør! (Den værdi virksomheden har skabt for ejerne er: egenkapitals forrentningen – forrentningen af den bedste alternative løsning).

### Alternativomkostning for ejerne

Alternativomkostning

- ejerne har en alternativomkostning ved at investere i en virksomhed
- Alternativomkostningen kan operationaliseres som:

$$\mathbf{Egenkapitalomkostning = risikofrit afkast + risikopræmie}$$

- Risikofrit afkast – bankens indlånsrente
- Risikopræmie – markedsprisen på den risiko som investeringen indebærer

Konceptuel værdiskabelse

- $Værdi = EKF - egenkapitalomkostning$
- Risikopræmien er dog meget vanskelig at måle i praksis

### Dekomponering af egenkapitals forrentningen (EFK)

Kan regnskabet hjælpe os med at forstå hvorfor nogle virksomheder skaber mere værdi for ejerne end andre?

EKF kan dekomponeres på fire faktorer – værdi drives:

$$\frac{Res}{EK} = \frac{Res + renter}{indtægter} \cdot \frac{indtægter}{aktiver} \cdot \frac{res}{Res + renter} \cdot \frac{aktiver}{ek}$$

Med andre ord:  $EFK = OG \cdot AOH \cdot GIS \cdot GKS$

**Faktorer i værdiskabelsen****Overskudsgrad**

Virksomhedens evne til at tjene penge på sit salg

$$OG = \frac{\text{resultat før renter}}{\text{indtægter}}$$

**Aktivers omsætningshastighed**

Virksomhedens evne til at skabe salg ved hjælp af den investerede kapital

$$AOH = \frac{\text{indtægter}}{\text{aktiver}}$$

**Finansiell gearing**

Virksomhedens evne til at øge overskuddet ved hjælp af fremmedkapital

$$FG = \frac{\text{resultat}}{\text{resultat før renter}} \cdot \frac{\text{aktiver}}{\text{egenkapital}}$$

**EKF's komponenter**

De tre typer faktorer OG, AOH og FG svarer lidt groft til de tre typer af aktiviteter som virksomheden beskæftiger sig med:

**Drift – OG**

OG – produktion og omkostningsstyring (cost management)

**Investering – AOH**

AOG – investering, optimal kapitalbinding i forhold til generering af indtægter (investment management)

**Finansiering – FG**

FG – håndtering af finansieringsaktiviteter (finance management)

**Finansiell gearing**

$$EKF = OG \cdot AOH \cdot GIS \cdot GKS$$

Når EKF er positiv er omsætningshastigheden steget – når den er negativ er profitmarven faldet ret meget...

OG og AOH vil altid øge egenkapitalsforrentningen når de forøges

Under hvilke omstændigheder vil øget fremmedkapital (dvs.) gæld øge egenkapitalens forrentning =

$$FG = \frac{\text{resultat}}{\text{resultat før renter}} \cdot \frac{\text{aktiver}}{\text{egenkapital}}$$

Ved matematiske udregninger (se slides 10-12 i 7).



$$FG = GIS \cdot GKS = \left( 1 + \left( \frac{\text{Gæld}}{\text{EK}} \cdot \frac{\frac{\text{resultat} + \text{renter}}{\text{aktiver}} - \frac{\text{renter}}{\text{gæld}}}{\frac{\text{resultat} + \text{renter}}{\text{aktiver}}} \right) \right)$$

Det er vigtigt at vide og vise hvornår en forøgelse i gæld skaber en forøgelse i EKF

En forøgelse af gælden vil føre til en forøgelse af egenkapitalsforrentningen:  
1 led – vil altid være positiv - gæld /EK

Såfremt renterne er lavere end afkastningsgraden, så vil en gældsforøgelse, teoretisk set, altid skabe en højere EFK.

$$\frac{\text{Resultat før renter}}{\text{Aktiver}} > \frac{\text{renter}}{\text{gæld}} \rightarrow \text{gæld øger EKF}$$

$$\frac{\text{Resultat før renter}}{\text{aktiver}} < \frac{\text{renter}}{\text{gæld}} \rightarrow \text{gæld reducerer EKF}$$

men dette tager ikke højde for den øgede risiko forbundet med gældsfinansiering.

### Gældsrenten

En lille bemærkning omkring beregning af den rente som virksomheden betaler på sin gæld:

$\frac{\text{Renter}}{\text{gæld}}$  udtrykker gennemsnitsrenten i virksomheden

Kan være misvisende da ikke al gæld er rentebærende (leverandørgæld, hensættelser, mv.)  
Marginalrenten kan være væsentligt højere end gennemsnitsrenten – sidst lånte krone er mere "risikabel"

### P/E ratioen

Hvor meget investoren er villig til at betale for 1 kroners overskud for altid – altså en engangs pris...

### Resultat per aktie

$$\text{Resultat per aktie} = \frac{\text{resultat}}{\text{Antal udstedte aktier}}$$

anvendelse:

Regnskabsmæssigt udtryk for et overskud der tilfalder hver enkelt aktie

Det absolutte tal er ikke særligt informativt – er 5 kroner per aktie meget eller lidt?

Svaret afhænger i særdeleshed af aktiens markedspris

Repræsenterer aktien fx en investering på 100 eller 1.000 kr?

**Price-earnings ratio**

$$\text{Price – earning ratio} = \frac{\text{markedspris per aktie}}{\text{resultat per aktie}}$$

Anvendelse:

Antag at resultatet er konstant over tid

Price-earnings ratioen udtrykker hvor meget en investor betaler per kroners overskud i alle fremtidige perioder

En lav price-earnings ratio betyder at man ved at købe aktien får en given indkomststrøm relativt billigt

Men i realiteten er virksomhedens overskud ikke konstant over tid

Det vigtigste element i prisfastsættelsen af en aktie er forventningerne til fremtidig indtjening

En lav P/E ratio betyder ikke at aktien er prissat for lavt men derimod at markedet forventer et faldende overskud

**Markedsmæssigt aktieafkast****Aktieafkast**

$$\text{Aktieafkast} = \frac{\text{kurs}_1 - \text{kurs}_0 + \text{udbytte}}{\text{kurs}_0}$$

Anvendelse:

Aktieafkastet udtrykker det markedsmæssige afkast til aktionærerne

Aktieafkastet består af to komponenter

- Kursgevinst
- Udbytte

Hvis aktien sælges efter periode 1 er det samlede afkast netop summen af de to komponenter

**Kvaliteten af indkomst**

Periodiseringer kan bruges til at flytte indkomst over tid, derfor bør indkomstens kvalitet vurderes i forhold til andelen af periodiseringer

Pengestrømme udledes af balance og resultatopgørelse

Incitamenter for ledelsen:

**Overdrive overskud**

- Fremstår mere profitabel

**Overdrive underskud – taking a bath**

- kan fremvise forbedringer i kommende år

**Underdrive overskud – skaber gemte reserver**

- Udjævning af indkomst over tid

### **Skubbe gæld ud af balancen – off-balance sheet finansicing**

- Fremstå mere robust

(eks slide 31 – 7).

#### Indkomstkvalitet

Rapporteret indkomst (indtægter – omkostninger) kan have varierende kvalitet for regnskabsbrugeren

Det er relevant at vide hvor meget af denne indkomst som rent faktisk er blevet indbetalt i virksomheden

Des større diskrepans i mellem indbetaling og indtægt – des lavere kvalitet har den rapporterede indkomst

I praksis beregner man forskellen i mellem indkomst og pengestrømme for at få et mål for kvaliteten

#### Periodiseringer

Periodiseringer er indtægter eller omkostninger som akkumuleres over tid

Fx afskrivninger, tilgodehavender, forudbetalte indtægter

Periodiseringer giver et stort råderum for ledelsen til at foretage skøn i forbehold med udarbejdesen af regnskabet.

#### Indirekte pengestrømsopgørelse

##### Periodisering og pengestrømme

Kan man sige noget om pengestrømme i virksomheden alene ud fra balancen og resultatopgørelsen?

Når betalinger falder sammen med indkomststrømmen er der sammenfald i mellem resultat- og pengestrøm

Når der ikke er sammenfald i mellem indkomststrømmen og betalingerne så afslører periodiseringerne forskellen

Vi kan dermed udlede pengestrømsopgørelsen alene ud fra resultatopgørelsen og balancen

Dette kaldes også den indirekte pengestrømsopgørelse

## Investeringer

En investering er en binding (aktivering) af kapital med henblik på at generere fremtidige indtægter

2 typer af investeringer; investeringer i anlægsaktiver og porteføljeinvesteringer

Investeringsteorien beskæftiger sig med investering i anlægsaktiver

Finansieringsteorien beskæftiger sig med investering i porteføljer af værdipapirer

### Porteføljeinvestering

Investorens perspektiv – investering i obligationer og aktier under hensynstagen til risiko og forventet afkast

### Anlægsinvesteringer

Virksomhedens perspektiv - investering i nye aktiver produktionsapparat, produktudvikling, mv.

Anlægsinvesteringer er karakteriseret ved ind- og udbetalinger til et enkelt tidspunkt som er spredt ud over tid

Investering i maskiner, produktionsanlæg, ejendom, inventar mv.

I investeringsteorien analyserer vi anlægsinvesteringer som isolerede økonomiske beslutninger

Investeringen er karakteriseret ved en række ind – og udbetalinger

### Investeringen

Karakteriseret ved en række ind – og udbetalinger som er tidsmæssigt adskilte

Betalingerne er skønsbaseret – usikkerheden omkring deres faktiske størrelse ignoreres i de teoretiske rammer

### Udbetalinger

Investering i produktionsanlæg, udvikling af nyt produkt, mv., som regel i tidspunkt  $t=0$

Løbende omkostninger til produktion og vedligeholdelse

### Indbetalinger

Indtægter fra salg – løbende afkast til investeringen

Salgsværdi af anlægsaktivet når investeringen nedlægges – investeringens scrapværdi

### Investeringsteori

Under antagelser om betalingernes størrelse samt deres tidsmæssige placering, er investeringsteorien et redskab til at besvare følgende spørgsmål:

Er en given investering fordelagtig for virksomheden isoleret set?

Er investering A mere fordelagtig for virksomheden end investering B?

### Rentesregning – hovedværktøj

Rentesregning muliggør vurdering og sammenligning af forskellige investeringers betalinger på tværs af tid

Rentesregning bruges til at tilbagekrive en investerings betalinger til et enkelt tidspunkt – periode 0

Annuitetsformlen kan forsimple udregningen af nutidsværdi når dele af betalingsrækken er en annuitet – evt. med en konstant vækst

Opsparingsformlen bruges omvendt til at finde fremtidsværdien af en annuitet

Gordons formel bruges til at finde nutidsværdien af en uendelig betalingsrække – evt. med en konstant vækst

### Nutidsværdi

Nutidsværdiligningen og dens centrale rolle i investeringsteorien

Nutidsværdiformlen:

$$NV_0 = FV_0(1 + r)^n$$

Central ligning i alle renteregningformler som anvendes inden for investeringsteorien

$(1 + r)^n$  kaldes også diskonteringsfaktoren – den angiver hvor stor en andel af det fremtidigeløb som tilskrives nutidsværdien

### Betalinger over tid

Investeringer involverer typisk en række ind – og udbetalinger som falder over en længere tidsperiode

Betalinger spredt over forskellige tidspunkter kan ikke umiddelbart sammenlignes

Rentemæssig frem- og tilbagekrivning giver et teoretisk grundlag for sammenligning af betalingerne

### Beslutningskriterier

Kapitalværdi (Nettooverskud af en investering (i alt))

Intern rente (forrentning af tilbagebetalingsperioden)

Tilbagebetalingsperioden

### Renten

Kalkulationsrenten for en investering er investeringens alternativrente

Renten bør afspejle investeringens overordnede risiko, og øvrige forhold som påvirker værdien af fremtidige betalinger – fx inflation

Indtil videre antager vi blot at vi kender denne rente helt eksakt – i praksis er den dog temmelig svær at fastsætte

### Fremtidsværdi

Fremtidsværdiformlen:

$$FV_n = NV_0(1 + r)^n$$

n: antal perioder

r: relevant rente

NV: nutidsværdien af beløbet NV

FV: fremtidsværdi af beløbet NV

Hvor meget har man til rådighed om n perioder hvis man lægger NV til side i dag

### Betalingsrækker

#### Investeringens betalingsrække

Anlægsinvesteringer er karakteriseret ved en række ind- og udbetalinger som falder på forskellige tidspunkter

Alle betalingsrækker har en fremtidsværdi og en nutidsværdi sammenligningspunkter

Nutidsværdiligningen bruges til at tilbageskrive hver enkelt af investeringens betalinger til nutidsværdi

I praksis kan en del udregninger systematiseres ved hjælp af rentesregningen da de har karakter af annuiteter – dvs. betalingen er den samme i hver periode

### Annuiteter

#### Annuitetsformlen

$$NV(A, r, n) = A \frac{1(1 + r)^n}{r}$$

A er ydelsen

Helt central formel til beregning af investeringers betalingsrækker

Korresponderer en fast periodevis (årlig) betaling til et tilsvarende beløb i nutidsværdi

Og omvendt – et beløb stående i nutidsværdi kan skrives som en annuitet givet ved en rente og et antal perioder

### Annuitetsfaktoren

Brøken  $\alpha(n, r) = \frac{1(1+r)^n}{r}$  kaldes annuitetsfaktoren

Annuitetsfaktoren (n,r) beskriver forholdet i mellem et beløb i nutidsværdi og den tilsvarende annuitetsværdi

### Excel

$$NV(A, r, n) = A \frac{1(1+r)^n}{r}$$

Annuitetsformlen har en række tilsvarende Excel funktioner

**Ydelse (.)** – beregner annuiteten A, når de øvrige variable kendes

**NV(.)** – beregner nutidsværdien NV af en annuitetsrække, når de øvrige variable kendes

**Rente(.)** – Beregner renten r i en annuitetsrække når de øvrige variable kendes

**Nper(.)** – Beregner antallet af perioder n i en annuitetsrække når de øvrige variable kendes

### Annuitetsformlen ved vækst

Vækst i en annuitet

Undertiden er det nødvendigt at antage at der vil ske vækst eller inflation i en annuitet

Betalingsrækken vil dermed ikke længere være en annuitet, men kan stadig ikke beregnes med annuitetsformlen

Dette gøres i praksis ved at korrigere for væksten direkte i kalkulationsrenten

$$NV(A, q, n) = A \frac{1(1+q)^n}{q}$$

hvor  $q = \frac{1+r}{1+g}$  er den vækstkorrigerede rente

A angiver ”annuitetens størrelse i periode 0 – dvs. det beløb som hypotetisk blev modtaget i periode 0

### Opsparingsformlen

$$FV_n(A, r, n) = A \frac{(1+r)^n + 1}{r}$$

Ækvivalent med annuitetsformlen, beregner den fremtidige opsparing af et fast annuitetsbeløb

Antager at første indbetaling foretages ved udgangen af periode 1 og sidste indbetaling foretages umiddelbart inden opgørelsestidspunktet

Kan korrigeres for vækst på samme måde som annuitetsformlen

$$s(n, r) = \frac{(1+r)^n + 1}{r} \text{ kaldes opsparingsfaktoren}$$

### Excel

$$FV_n(A, n, r) = A \frac{(1+r)^n + 1}{r}$$

Opsparingsformlen har en række tilsvarende Excel funktioner

**Ydelse (.)** - Beregner annuiteten A, når de øvrige variable kendes

**FV(.)** - Beregner fremtidsværdien af en annuitetsrække når de øvrige variable kendes

**Rente(.)** - Beregner renten r i en annuitetsrække når de øvrige variable kendes

**Nper(.)** - Beregner antallet af perioder n i en annuitetsrække når de øvrige variable kendes

### Gordons formel

$$NV = \frac{A(1+g)}{r+g}$$

Beregner nutidsværdi af en uendelig betalingsrække med vækstraten g og renten r

A er annuitetens størrelse til tidspunkt 0

Gordons formel er kun defineret når renten er højere end vækstraten dvs  $r > g$  - i modsat fald vil nutidsværdien gå mod uendelig

Gordons formel (Christopher)

$$V_0 = \frac{D_1}{1+R} + \frac{D_2}{(1+R)^2} + \dots + \frac{D_\infty}{(1+R)^\infty}$$

For D konstant for altid:

$$V_0 = \frac{D}{R}$$

For D vokser med vækstraten G for altid

$$V_0 = \frac{D_0}{(R-G)}$$

### Gordons formel uden vækst

Svarer til at sætte g til 0 i Gordons formel med vækst



$$NV = \frac{A}{r}$$

## Beslutningskriterier

Anvendes til at afgøre hvilke aktiver virksomheden bør investere i (capital budgeting decision)

Har fordele og ulemper

Kan være indbyrdes modstridende

Anvendes i sammenhæng til at afgøre om investeringer er fordelagtige eller ej

## Kapitalværdi

Beregning af investeringens nettooverskud i nutidsværdi

Anvendes til at vurdere den forventede værdiskabelse i en given investeringsbeslutning

Nettonutidsværdien NNV, af en investering kaldes også kapitalværdien, K, da denne angiver investeringens samlede værdiskabelse

$K \geq 0$  – investeringen er rentabel

$K \leq 0$  – investeringen er ikke rentabel

$K = 0$  – investeringen skaber ikke værdi udover den krævede forrentning

## Kapitalværdikriteriet (enkeltinvestering)

To investeringer A og B

Hvis både  $K_A$  og  $K_B$  er større end 0 gælder følgende:

$K_A < K_B$  – investering B bør vælges

$K_A > K_B$  – Investering A bør vælges

$K_A = K_B$  – Begge investeringer er lige rentable

Kapitalværdikriteriet bruges til at sammenligne enkeltinvesteringen – og ikke gentagne investeringer

## Kapitalværdi som annuitet

Annuitetsværdien af en investering beregnes som kapitalværdien "lagt ud" over investeringens levetid

$$A = K \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}$$

A : Investeringens annuitetsværdi

Intuition: Hvad svarer investeringens gevinst til, pr. år, inden for investeringens tidshorisont?

### Annuitetsværdien

En investerings annuitetsværdi er i sig selv et beskrivende mål for investeringens rentabilitet

Hvis  $K > 0$  så er  $A > 0$  og omvendt

### Anvendelse

Annuitetsværdien anvendes som beslutningskriterium når investeringer kan gentages (evt. ud i det uendelige).

### Kapitalværdikriteriet (gentagen investering)

Når en investering kan gentages et antal gange – evt i det uendelige – er maksimering af annuitetsværdien det korrekte kriterium for valg af investering

Når annuitetsværdien maksimeres, maksimeres den gentagne investerings kapitalværdi implicit

Dermed er maksimering af kapitalværdien stadigvæk det styrende kriterium for valget, når annuitetsmetoden anvendes

### Intern rente (IR)

Benyt ikke IR som en beslutningstager – den hjælper ikke (se ”valg mellem alternativer)

Beregning af tiden for en investerings selvfinansiering

Anvendes til at vurdere om en investerings forrentning er højere end alternativets- og til følsomhedsanalyser

Kaldes også investeringens interne afkast

Teoretisk alternativrente som får kapitalværdiligningen til at gå i 0:

$$0 = NIB_0 + NIB_1(1 + IR)^{-1} + NIB_2(1 + IR)^{-2} + \dots + NIB_n(1 + IR)^{-n}$$

Kun defineret for konventionelle tidsprofiler

Antager implicit at investeringens løbende betalinger kan geninvesteres til den interne rente

Intuition:

IR er den hypotetiske alternativrente som gør investoren indifferent i mellem at investere eller ej

IR svarer til den gennemsnitlige forrentning af beløbet investeret i periode 0, over investeringens levetid

### Beregning af IR

IR findes som nulprodukt i kapitalværdiligningen:

$$0 = NIB_0 + NIB_1(1 + IR)^{-1} + NIB_2(1 + IR)^{-2} + \dots + NIB_n(1 + IR)^{-n}$$

Kapitalværdiligningen er et n-te gradspolynomium, dvs. der findes op til n forskellige løsninger

Når investeringen følger en konventionel tidsprofil findes en unik IR som løser kapitalværdiligningen

Beregning af nulpunkter i n-te grads polynomium med op til n rødder

Ved ukonventionelle tidsprofiler kan der være flere løsninger for IR

Korrekt antagelse:

Imidlertidigt er det usandsynligt at der kan geninvesteres til R

Den korrekte rente for geninvesteringen bør i stedet være virksomhedens kapitalomkostning, R

Excel: IA (..) eller målsøgning

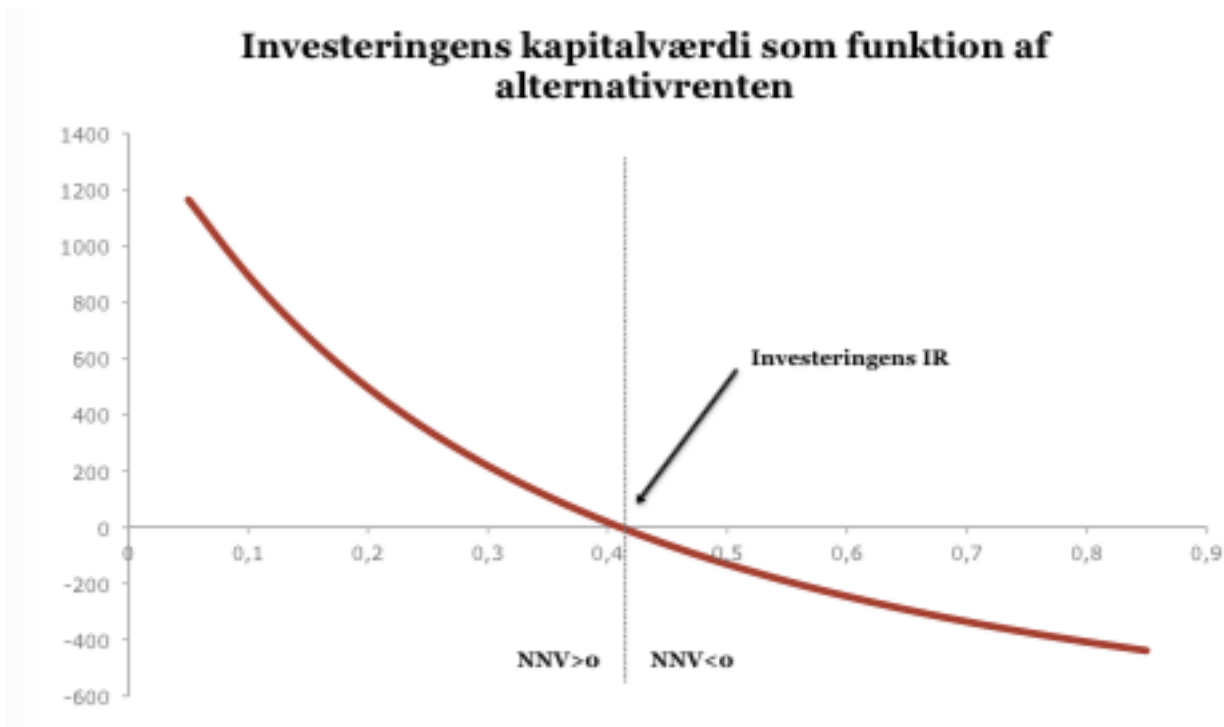
### Implicit antagelser ved IR

IR, som den er defineret, antager implicit at alle løbende indbetalinger kan geninvesteres til samme rente: IR

### Investeringens kapitalværdi

Aftagende i kalkulationsrenten (forudsætter konventionel tidsprofil)

Den interne rente er den højst mulige alternativrente som gør investeringen rentabel



### Enkeltinvesteringer

Under forudsætning af en konventionel tidsprofil for investeringen

Er IR større end alternativrenten, så er investeringen rentabel. man bør foretage investeringen

Er IR større end alternativrenten,  $R$ , så er kapitalværdien også altid positiv

### Valg mellem alternativer

Den interne rentes metode vil ikke nødvendigvis resultere i det samme valg som kapitalværdikriteriet

Den interne rente er inferior som beslutningskriterium i valget mellem to alternativ investeringer

### Modificeret intern rente MIR

Den modificerede interne rente (MIR) tager netop højde for dette

Adresserer begrænsningerne ved den interne rente

Er nem at beregne – kræver ikke særlige funktioner i Excel...

Intuition:

MIR er en investerings gennemsnitlige årlige forrentning, når det antages at alle indbetalinger geninvesteres til kapitalomkostningen,  $R$

MIR er en mere korrekt gengivelse af en investerings forrentning

### Beregning af MIR

#### 1. Terminalværdi

Beregn terminalværdien af alle positive cash-flow, idet de fremskrives med kapitalomkostningen

#### 2. Nutidsværdi

Beregn nutidsværdien af alle negative cash-flow, idet de tilbagediskonteres med kapitalomkostningen (normalt er der blot tale om investeringsbeløbet i  $t=0$ )

#### 3. Beregn MIR

MIR er den diskonteringsrente der gør nutidsværdien af terminalværdien lig nutidsværdien af negative cash-flow – typisk investeringsbeløbet i  $t=0$  (INV)

### Tilbagebetaling

Beregning af tiden for en investerings selvfinansiering

Anvendes til at vurdere investeringens likviditetsprofil, og kan tage højde for usikre betalinger langt ude i tiden

Anvendes i praksis

Simpel og gennemskuelig metode

Tager højde for at betalinger længere ude i fremtiden er forbundet med større usikkerhed

Fanger delvist projektets likviditetsvirkning

Anvendes meget i praksis

Begrænsninger:

Tager ikke højde for betalinger efter tilbagebetalingstiden

Visse langsigtede projekter med  $NNV > 0$  afvises

### Investerings tilbagebetalingstid

Defineret som den tidsperiode der tilbagelægges før investeringsomkostningen er tjent ind igen

Intet teoretisk fundament som beslutningskriterium, men anvendes meget i praksis

### Simpel tilbagebetalingstid

Tager kun højde for de nominelle betalinger

Tilbagebetalingstiden er den periode hvor de kumulerede indbetalinger overstiger omkostningerne til investeringen

### Eksakt tilbagebetalingstid

Tager højde for kapitalomkostningen

Tilbagebetalingstiden er den periode hvor nutidsværdien af kumulerede indbetalinger overstiger omkostningerne til investeringen

Beregner tilbagebetalingstidspunktet helt eksakt

### Investeringskalkulen

En investeringskalkule er det samlede "budget" for en investering

Skaber overblik over investeringens betalinger samt tidsprofilen for disse betalinger

Anvendes til at opsummere alle ind- og udbetalinger til en given investering, i én enkelt betalingsrække (Eksempel slide 11 – 10)

### Investeringen

Karakteriseret ved en række ind- og udbetalinger over tid

I praksis indebærer dette ofte mange forskellige beløb som skal håndteres samtidigt

### Kalkulationsrenten

#### Alternativforrentning

En investerings alternativforrentning afhænger af, hvordan investeringen er finansieret

Gæld og egenkapital har forskellige afkastkrav

Kalkulationsrenten tager derfor udgangspunkt i virksomhedens vægtede kapitalomkostning (WACC)

#### Egenkapitalomkostningen

Hvis en investering er finansieret med 100% egenkapital, er kun egenkapitalomkostningen relevant for vurderingen af alternativforrentningen

Egenkapitalomkostningen for en investering med given risiko er lig:

$$\text{Risikofrit afkast} + \text{risikopræmie}$$

### Konventionelle investeringer / Konventionel tidsprofil

Den interne rente er kun unik når investeringen har en konventionel tidsprofil

En konventionel tidsprofil for investeringen indebærer at udbetalingerne falder før indbetalingerne

Med andre ord: Der må kun forekomme ét fortegnsskifte i investeringens nettoudbetalinger – typisk imellem  $t=0$  og  $t=1$

### Ukonventionelle tidsprofiler

Forekommer fx når der er 'oprydningsomkostninger' forbundet med en investering

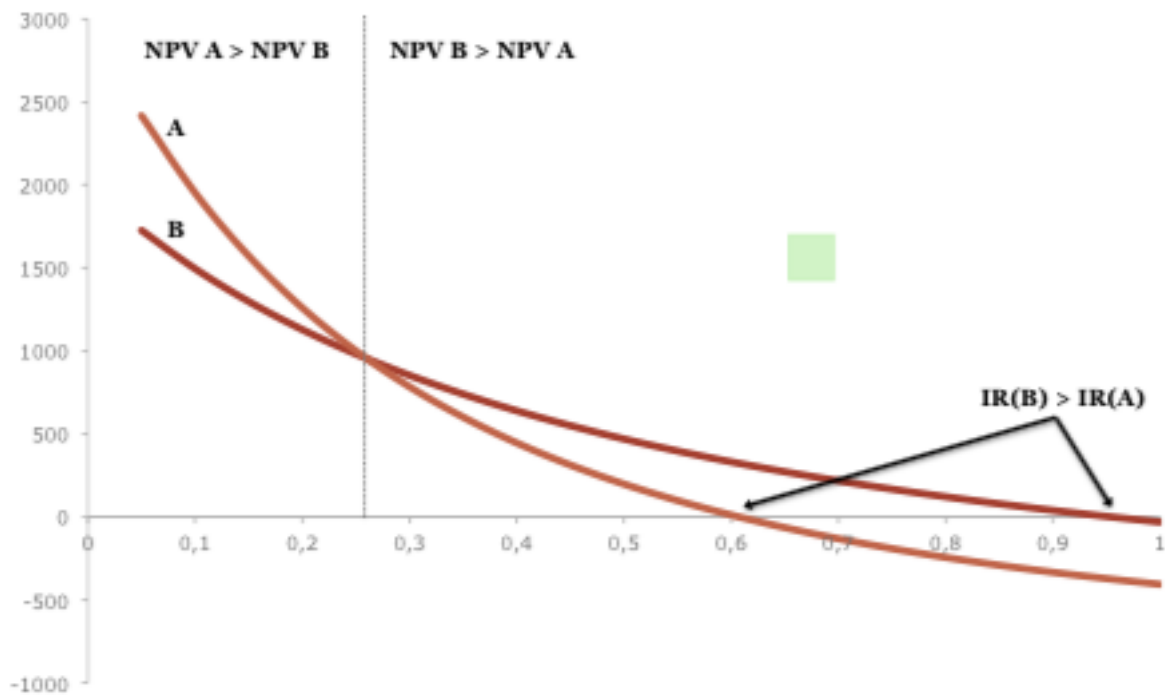
### Uafhængige investeringer

Den interne rente giver kun et entydigt resultat når den anvendes til at vurdere en enkelt uafhængig investering

Den interne rente kan være misvisende når investeringen udelukker et andet alternativ – fx leje en grund ud eller dyrke noget på den

### NNV som funktion af alternativrenten

IR er nulpunkterne...



**Profitabilitetsindekset**

*Definition*

En investerings profitabilitetsindeks er defineret som nutidsværdien af investeringens indtægter delt med investeringsbeløbet

$$PI = \frac{\sum NIB(1 + R)^{-1}}{INV}$$

*Anvendelse*

Idet NNV allerede tager højde for kapitalomkostningen, udtrykker PI investeringens værdiskabelse per krone investeret

**Beslutningskriterier fordele / ulemper**

	Fordele	Ulemper
Kapitalværdikriteriet	<p>Teoretisk set det rigtige kriterium for valg af investering og for valg i mellem investeringsalternativer</p> <p>Tager højde fir investeringens kapitalomkostning</p>	<p>Tager ikke højde for risiko og likviditetsbetragtninger (er det fx bedre at binde 100 eller 1000 i en investering?)</p>



Intern rente IR og Modificeret Intern rente MIR	Anvendes meget i praksis – investorer er interesseret i et projekts forventede forrentning  Intuitive, fordi de er relatere sig til investeringens afkast  Kan beregnes uden kendskab til kapitalomkostning (dog kun IR)	IR har flere begrænsninger i praksis – overvurderer projektets rentabilitet, jf. Geninvestering til IR  Kan være i modstrid med kapitalværdikriteriet i valget mellem investeringsalternativer
Tilbagebetalingstiden	Tager højde for investeringens likviditetsvirkning  Tager højde for risikoen ved investeringens betalinger længst ude i fremtiden	Intet teoretisk fundament – kan resultere afvisning af et projekt med $NNV > 0$  Ingen sammenhæng med de øvrige beslutningskriterier
Profitabilitetsindekset	Tager højde for kapitalomkostningen  Angiver investeringens rentabilitet per krone investeret	Kan ikke anvendes til at træffe valg i mellem alternative investeringer

## Beslutningskriterier – enkeltinvesteringer

### Kapitalværdikriteriet

$K > 0$ : investering er rentabel

### Intern rente

$IR > R$  : Investering er rentabel

Ækvivalent med kapitalværdikriteriet

### Tilbagebetalingstiden

Ikke ækvivalent med øvrige metoder, men kan bruges til at vurdere kapitalbindingsperioden

### Profitabilitetsindeks

$PI > 1$ : Investering er rentabel

Ækvivalent med kapitalværdikriteriet

## Beslutningskriterier – valg mellem investeringsalternativer

### Kapitalværdikriteriet

$K_A > K_B$  og  $K_A > 0, K_B > 0$ :  $K_A$  er mest rentabel

### Intern rente

Ikke ækvivalent med kapitalværdikriteriet

### Tilbagebetalingstiden

Ikke ækvivalent med kapitalværdikriteriet

### Profitabilitetsindeks

Ikke ækvivalent med kapitalværdikriteriet

## Avancerede emner

### Sunk cost

Allerede afholdte omkostninger ændrer ikke ved en konkret investerings rentabilitet – de er sunk cost

Bør ikke påvirke investeringsbeslutningen, og må aldrig indgå i en investeringsanalyse

Klassiske fælder:

En investor har foretaget flere rejser for at udvikle et nyt produkt – inden en beregning af produktets rentabilitet foretages

Omkostninger forbundet med selve investeringsanalysen, fx udarbejdelse af konsulentrapport, tabt arbejdstid, mv.

Tidligere afholdte omkostninger (maskinen blev indkøbt i 2002 til 1 mio., og kan justeres så den kan producere..)

### Shut down betingelse

#### Shut down i produktionen

En virksomhed bør lukke produktionen ned når prisen for den producerede vare er lavere end den variable omkostning til produktion af varen (når  $DB < 0$ )

Man kan med andre ord kun tabe ved at blive ved med at producere

**Bemærk**

Dette er ikke ensbetydende med at en investering altid kan – eller skal – lukkes ned når de sidste perioder giver negative cash-flow

(Fx investeringer med ukonventionelle tidsprofiler mv.)

**Optimal levetid****Nedlukning eller udskiftning**

Nogle investeringer er karakteriseret ved stigende driftsomkostninger, over tid

Samtidig kan scrapværdien blive mindre og mindre des senere den realiseres

Investeringens mulige levetid er derfor ikke nødvendigvis dens optimale levetid

**Beslutningskriterier**

Engangsinvestering – optimalt nedlukningstidspunkt finde når kapitalværdien er maksimeret

Gentagen investering – optimalt udskiftningstidspunkt findes når annuitetsværdien er maksimeret

Eksempler se slides...

**Lån og obligationer****Finansieringsteori**

Finansieringsteori omhandler finansielle aktiver og finansielle markeder

- Et finansielt aktiv er et immaterielt aktiv, hvis værdi består i en fremtidig kontraktlig rettighed – Et finansielt aktiv er et aktiv for en virksomhed og et passiv for en anden virksomhed
- Værdipapir (Securities) er finansielle aktiver, som kan handles på finansielle markeder, fx aktiver og obligationer

**Forskellige typer gæld****Banklån**

- Kassekredit (Kortfristet)

- Erhvervslån (langfristet)

### Realkreditlån

- Lån med pant i fast ejendom (langfristet)

### Virksomhedsobligationer

- Lån direkte fra investorer, ofte med hjælp fra investeringsbank (typisk langfristet)

### Leverandørkredit

- Kortfristet

### Lånerelaterede begreber

**Hovedstol:** Det samlede beløb, der skal betales tilbage ifølge låneaftalen

**Kurs:** "Prisen" på lånet (fx kurs 88 betyder, at der ved et lån på 100 kr kun udbetales 88 kr.) – se "hvordan bestemmes kursen"

**Kurstab:** Omkostning som følge af kurs < 100 (i eksemplet ovenfor er der et kurs tab på 12 kr.)

**Andre omkostninger:** Fx stempelafgift / tinglysningsafgift (til staten), provision (til banken), bidrag (til realkreditinstituttet)

**Provenu:** Det beløb man får udbetalt, når alle omkostninger til optagelse af lånet er afholdt

**Løbetid:** Lånets tilbagebetalingstid

**Terminer:** Tidspunkter for betaling på lånet (Fx 4 årlige terminer)

**Ydelse:** Det beløb, der betales til terminen. Består af renter og afdrag

**Afdrag:** Løbende tilbagebetaling af lånets hovedstol

**Amortisering:** Fancy for afdrag

**Restgæld:** Den del af lånets hovedstol, som ved et givent tidspunkt endnu ikke er betalt via de løbende afdrag

### Rentebegreber

#### Den pålydende rente

Kuponrenten (den nominelle rent) er den årlige rente, so fremgår af låneaftalen

Tager ikke højde for renters rente, kurstab eller andre omkostninger

Afspejler derfor som hovedregel ikke de reelle omkostninger ved lånet

Eksempel se slide 13 / 12

#### Den effektive rente

Den effektive rente på et lån er den rentesats, der sikrer, at nutidsværdien af alle betalinger relateres til lånet er præcis nul

$$-PR + \sum_{t=1} Y_t(1 + ER)^{-t} = 0 \Leftrightarrow PR = \sum_{t=1} Y_t(1 + ER)^{-t}$$

Hvor PR er lånets provenu, og  $Y_t$  er lånets ydelse i periode t

Den effektive rente er det relevante mål for et låns omkostninger

- Tager højde for alle omkostninger og ikke blot pålydende rente (ÅOP)
- Udtrykker den gennemsnitlige årlige forrentning af det faktiske låneprovenu
- Sammenligneligt på tværs af forskellige lån
- Direkte parallel til den interne rente i investeringsteori

### Begrænsninger

Den effektive rente er et godt mål for et låns omkostninger – men man kan ikke altid konkludere, at lavere effektiv rente medfører et mere attraktivt lån!

Reminder: Benyt ikke den interne rente som beslutningskriterium for valg af investeringsprojekter!

- Det er OK til at vurdere enkelt uafhængig investering (hvis der er en konventionel tidsprofil)
- Det er problematisk til sammenligning af gensidigt udelukkende investeringer

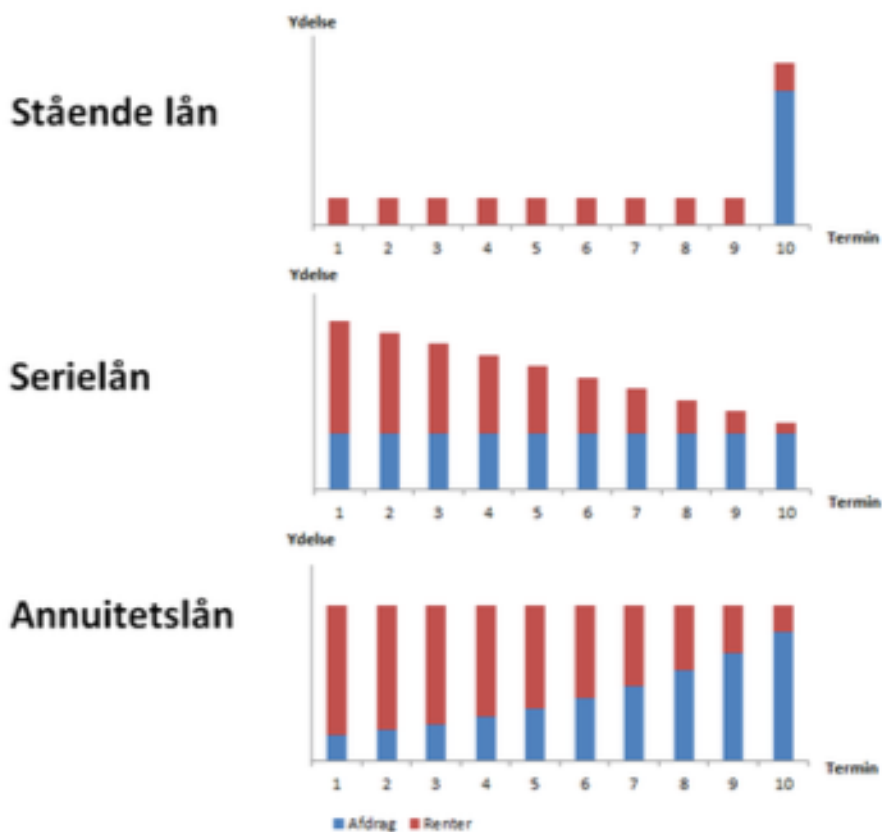
Den effektive rente er finansieringsteoriens parallel til den interne rente → Nøjagtig de samme begrænsninger

Eksempel se slide 19 / 12

### Låntyper

Lån kan deles ind i forskellige typer alt efter deres afdragsprofil

De mest almindelige låntyper er:



### Kassekredit

Aftale om lån op til en øvre grænse, fleksibel afdragsprofil

Der betales kun rente af det faktiske lån

Der betales derudover ofte provision af det maksimale lån

### Stående lån

Det betales løbende renter til hver termin, men ingen afdrag

Hele hovedstolen betales tilbage ved lånets udløb

### Annuitetslån

Samme konstante ydelse (rente + afdrag) hver termin indtil lånets udløb

Rentebetalinger falder i løbet af lånets løbetid, afdrag stiger

Meget udbredt låntype – standardmodel for boliglån

Definerende egenskab: Konstant ydelse – beregnes ved hjælp af annuitetsformlen:

$$Y = H \cdot \frac{r}{1 - (1 - r)^{-n}}$$

Hvor  $H$  er hovedstol,  $r$  er terminsrenten (=pålydende rente / antal terminer pr. år), og  $n$  er det samlede antal terminer

Bemærk at ydelsen er konstant, men

- Renternes andel af ydelsen falder over tid
- Afdragenes andel af ydelsen stiger over tid

→ ydelsen efter skat stiger over tid, da kun renter er fradragsberettigede

### Serielån

Konstante afdrag hver termin indtil lånets udløb

Renter og ydelse falder i løbet af lånets løbetid

### Hydrider

Nogle lån kombinerer to eller flere af ovenstående afdragsprofiler

### Kriterier for valg af lån

1. Størrelsen af provenuet (bør matche finansieringsbehovet)
2. Effektiv rente (holde låneomkostningerne nede)
3. Afdragsprofil
  - Alternativomkostning ved afdrag (maksimer samlet resultat af lån + investering)
  - Likviditetshensyn (timing af betalingerne på lånet bør matche timing af indtægterne fra investeringen)
4. Flexibilitet (tage højde for at lånebehovet er usikkert)

Ofte et trade-off: Kassekrediten er fx likvid og fleksibel med har også typisk en høj effektiv rente (i særdeleshed ved lavt træk)

### Obligationer

Mange lån er baseret på udstedelse af obligationer:

- Realkreditobligationer
- Statsobligationer
- Virksomhedsobligationer

Hvad er en obligation:

- En fast kontrakt på række fremtidige betalinger, beskrevet ved den pålydende rente (kuponrenten), løbetid og afdragsprofil
- Udstederen af obligationen sælger den til en køber og forpligter sig herved til de fastsatte betalinger. Altså et lån fra køberen til udstederen
- Salgsprisen på obligationen kaldes kursen og fastsættes på markedsvilkår (fx ved en auktion)
- Køberen af obligationen kan senere sælge den videre til andre investorer til gældende markedsværdi

### Effektiv rente og kurstab

Den effektive rente på en obligation er kraftigt påvirket af kursen

Se eksempel på slide 31 / 12

Indsigt: Lavere kursværdi → højere effektiv rente for given kuponrente

### Hvordan bestemmes kursen

En obligation er en handelsvare, som kan handles frit på markedet → Prisen (kursen) bestemmes af markedskræfter: udbud og efterspørgsel

Hvad ville en investor være villig til at betale for denne obligation?

- Obligationens markedsværdi = nutidsværdien af de fremtidige betalinger
- Kalkulationsrente: markedrenten for aktiver med tilsvarende løbetid og risiko
- Obligationens markedsværdi (=kurs) kan afvige fra 100 kr og ændrer sig over tid

### Markedsrente, pålydende rente og kursværdi

Indsigt: Kursen (prisen) på en obligation...

- Falder, når markedsrenten stiger
- Stiger når markedsrenten falder
- Er over 100, når markedsrenten er lavere end den pålydende rente
- Er lig 100 (pari), når markedsrenten er lig den pålydende rente
- Er under 100, når markedsrenten er højere end den pålydende rente

Intuition: Når markedsrenten stiger, forbedres afkastet på alternative investeringer → investorenes betalingsvillighed for obligationen falder, lavere efterspørgsel

Nu højere markedsrente – jo bedre afkast

### Rentestruktur på obligationsmarkedet

Kursen på en obligation vil via markedskræfterne blive fastsat sådan, at effektiv rente  $\approx$  markedsrenten

Men alle obligationer vil ikke have samme effektive rente

Markedsrenten = afkastet på alternative investeringer med samme løbetid og risiko

Obligationer med forskellige løbetider og / eller forskellige grader af risiko vil have forskellige effektive rente

Kortere løbetid giver (normalt) lavere effektiv rente → Kortere løbetid – lavere effektiv rente: Da investorerne ikke skal vente så længe på at få deres penge tilbage igen

Større risiko giver højere effektiv rente (risikopræmie)



## Måling af afkast og risiko

En risikoavers investor minimerer ikke nødvendigvis risiko, men påtager sig kun risiko med betaling i form af højere forventet afkast (risikopræmie)

Et højt realiseret afkast er ikke ensbetydende med en god investering!

Husk: Forventet afkast og risiko er de fundamentale begreber i teorien om porteføljeinvesteringer → vigtigt at have præcise mål for disse størrelser

### Afkast

Afkast i en enkelt periode

Formel for afkast (total return) i en enkelt periode t:

$$TR_t = \frac{CF_t + P_E - P_B}{P_B}$$

$CF_t$  er cashflow i løbet af periode t

$P_E$  og  $P_B$  er prisen i slutningen og begyndelsen af periode t

Gennemsnitligt afkast over flere perioder

Kumulativt afkast over flere perioder

### Afkastet af et værdipapir

Værdipapirer købes og sælges til markedspris. For både aktier og obligationer gælder det, at markedsprisen varierer over tid

Både obligationer og aktier kan genere en løbende kontant betaling

- obligationer: rente og afdrag
- Aktier: dividende

Afkastet af et værdipapir har således to elementer:

1. kursgevinst → ændring i markedspris
2. kontant afkast ("cash-flow")

### Relativt afkast (return relative)

$$RR_t = \frac{CF_t + P_E}{P_B}$$

Altså  $RR = TR + 1$

### Realt afkast vs. Nominelt afkast

Nominelt afkast : værdistigning i kroner og ører

Realt afkast : stigning i værdipapirets købekraft

Formel for realt (inflationskorrigeret) afkast:

$$TR_{IA} = \frac{1 + TR}{1 + \text{inflationsrate}}$$

Eksempel se slide 14/ 13

### Historiske vs fremtidige afkast

Som investor er vi interesserede i forventede afkast og risiko i fremtiden

Problem: fremtiden er ikke observerbar

Kan beregne det realiserede afkast sidste år vha.  $TR$ ,  $TR_{IA}$  eller  $RR$

Men

- fortæller kun meget lidt om forventet afkast
- fortæller intet om risiko

Rækken af historiske afkast over flere år for et givent værdipapir kan derimod fortælle noget om

- Det gennemsnitlige afkastniveau  $\rightarrow$  "forventet afkast"
- Hvor meget afkastet varierer over tid  $\rightarrow$  "risiko"

Analyse af historiske afkasttrækker kan (muligvis) gøre os klogere på forventet afkast og risiko i fremtiden

### Afkast over flere år

Det kumulative afkast måler det samlede afkast over flere perioder:

$$CR_n = RR_1 \cdot RR_2 \cdot \dots \cdot RR_n$$

Det samme resultat opnås kun approksimativt, hvis de årlige afkast lægges sammen

### Måling af gennemsnitligt afkast

Aritmetisk gennemsnit

$$\overline{TR} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n TR_i = \frac{1}{n} (TR_1 + TR_2 + TR_3 + \dots + TR_n)$$

Simpelt gennemsnit af de årlige afkast i procent

Geometrisk gennemsnit

$$G = (RR_1 \cdot RR_2 \cdot \dots \cdot RR_n)^{1/n} - 1$$

Det konstante årlige afkast, som ville have givet samme kumulative afkast som den faktiske række af afkast

**Aritmetisk vs geometrisk gennemsnit**

Den samlede vækst i en variabel der vokser med X% et år og Y% er mindre, end hvis den vokser med  $\frac{X+Y}{2}$  % to år i træk

Jo større forskel mellem de enkelte års afkast, jo større forskel på de to gennemsnit

Den konstante vækstrate, der sikrer vækst på  $(1+X\%)(1+Y\%)$  er altså mindre end  $\frac{X+Y}{2}$  %

Hvornår skal vi bruge hvad?

- Aritmetrisk gennemsnit: bedste bud på afkastet i et tilfældigt år → forventet afkast
- Geometrisk gennemsnit: Bedste mål for det gennemsnitlige årlige afkast, man har opnået ved at holde aktivet over en årrække

**Risiko**

I daglig tale: sandsynligheden for at noget går dårligt/ værre end forventet

Overført til værdipapirer: sandsynligheden for at afkastet bliver markant lavere end forventet

Måling af risiko:

De fleste risikomål udtrykker omfanget af variation ("variabilitet"): hvor meget varierer afkastet typisk omkring gennemsnittet

- Stor variabilitet → stor sandsynlighed for markant lavere afkast end forventet

Et simpelt mål for risiko er at "måle" afstanden mellem det værst tænkelige afkast og det bedst tænkelige afkast → siger dog intet om, hvor sandsynlige de ekstreme afkast er

**Måling af risiko**

Statistiske begreb til måling af "variabilitet" som både tager højde for:

- Størrelsen af afvigelserne fra gennemsnittet
- Hyppigheden af store afvigelser fra gennemsnittet

**Empirisk varians** i årlige afkast:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (TR_i - \overline{TR})^2}{n - 1}$$

"gennemsnitlige kvadrerede afvigelse fra gennemsnittet" (men bemærk at der divideres med n-1 i stedet for n)

Kvadrerede afvigelser fra gennemsnit → positive og negative afvigelser behandles ens og udligner ikke hinanden

Standardafvigelsen er defineret som kvadratroden af den empiriske varians:

$$\sigma = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (TR_i - \overline{TR})^2}{n - 1} \right)^{1/2}$$

Hvorfor bruger vi ikke bare den empiriske varians som risikomål?

- Den empiriske varians er en sum af kvadrerede termer → ikke samme enhed som de variabel, hvis variabilitet måles
- Standardafvigelsen måles derimod i samme enhed som den pågældende variabel → lettere at fortolke

### Risikopræmie

Husk: risikoaverse investorer vil kun påtage sig ekstra risiko, hvis de bliver kompenseret i form af et højere forventet afkast

Kortfristede obligationer kan opfattes som en (stort set) risikofri investering

Aktier er langt fra risikofrie

Risikoaverse investorer er interesserede i aktier pga. risikopræmien på aktierne:

- Højere forventet afkast på aktier end på obligationer, men også større risiko
- Der er et større trade-off mellem forventet afkast og risiko

### Afvejningen mellem forventet afkast og risiko

Historiske data passer fint med hypotesen om et trade-off mellem forventet afkast og risiko



Stof til eftertanke:

- Hvorfor er der dette trade-off?
- Hvilke mekanismer bevirker at meget risikable aktiver også giver højere forventet afkast end aktiver med lav risiko?

### Porteføljeteori

Hvordan sammensætter investorerne optimalt en portefølje af risikable aktiver, givet viden om aktivernes forventede afkast, varians og kovarians?

En portefølje er en samling af værdipapirer (aktier, obligationer etc.)

En investor ønsker at placere sin formue i en portefølje af værdipapirer med henblik på at opnå et monetært afkast

Porteføljeinvesteringer foretages med henblik på et monetært afkast

Usikkerhed om værdipapirers fremtidige afkast  $\rightarrow$  porteføljeinvesteringer forbundet med risiko

Pga. usikkerheden kendes det faktiske afkast ikke på forhånd

Men information om investeringens risikoprofil  $\rightarrow$  kender det forventede afkast

Risiko og forventet afkast er de fundamentale begreber i teorien om porteføljeinvesteringer

Porteføljeteori er et vigtigt element i mange økonomiske felter:

### **Erhvervsøkonomi**

- Forstå virksomhedens valg i dens rolle som investor
- Forstå vilkårene for virksomhedens valg af finansiering

### **Mikroøkonomi**

- valg under usikkerhed er et stort og aktivt forskningsområde

### **Makroøkonomi**

- Finansiell risiko tagning kan udløse finanskriser!

### **Udviklingsøkonomi**

- Finansiell usikkerhed et livsvilkår i mange lande

### **Høflig konversation ved middagsselskaber**

- "Hvad skal jeg så investere i?"

Investorerne kan investere i  $n$  forskellige værdipapirer

En portefølje er defineret ved  $n$  porteføljevægte  $(w_1, w_2 \dots w_n)$ , hvor  $w_i$  angiver andelen for værdipapir  $i$ ,  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$

Det fremtidige afkast af værdipapir  $i$  er en stokastisk variabel  $R_i$  med tilhørende sandsynlighedsfordeling

Investorerne kender de enkelte værdipapirers middelværdi, afkast og deres kovarianser

Investorerne har præferencer over porteføljens forventede afkast og varians

- Jo højere forventet afkast, jo bedre
- Jo lavere varians, jo bedre (risikoaversion)

### Antagelser

Investoren kan investere i et endeligt antal forskellige værdipapirer

Kan placere en hvilket som helst andel af formuen i hvert værdipapir, ingen transaktionsomkostninger

Fundamental usikkerhed omkring værdipapirernes fremtidige afkast

Investorens præferencer:

- Jo højere forventet afkast jo bedre
- Risikoavers: jo mindre usikkerhed, jo bedre

Investoren vil gerne påtage sig usikkerhed, hvis det bliver betalt med højere forventet afkast

Investoren kender ikke værdipapirernes faktiske fremtidige afkast, men kender:

1. Sandsynlighedsfordelingen over verdens fremtidige tilstande
2. Hvert af værdipapirernes afkast i hver af disse fremtidige tilstande

### Diversifikation (Mindsk risiko..)

Ved at sammensætte en portefølje af forskellige værdipapirer kan risikoen mindskes, uden at det forventede afkast mindskes → diversifikation

Risikoen reduceres kun lidt, når porteføljen består af værdipapirer med høj grad af samvariation

- Ex en portefølje med aktier i Vestas og Siemens har højt afkast, hvis subsidie vedtages, og lavt afkast hvis det ikke vedtages
- En portefølje med aktiver i Shell og BP har lavt afkast, hvis subsidie vedtages og højt afkast hvis det ikke vedtages

Risikoen reduceres mere, når porteføljen består af værdipapirer med lav grad af samvariation

- Ex en portefølje med Vestas og Shell har middelhøjt afkast, uanset om subsidiet vedtages eller ej

Illustration på diversifikationsprincippet slide 7 / 14

Bemærk: En porteføljes forventede afkast er lig det vægtede gns. Af elementernes forventede afkast

Men standardafvigelsen for porteføljens afkast er mindre end det vægtede gns. Af elementernes standardafvigelser:

$$\sigma_p \leq w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2 + \dots + w_n\sigma_n$$

Vi har hermed formaliseret vores intuitive indsigt om diversifikation fra sidste gang: ved at sammensætte en portefølje af flere elementer kan risikoen reduceres, uden at det forventede afkast bliver lavere

Ved diversifikation kan man fjerne den risiko, der kommer af usikkerhed på virksomhedsniveau

- Bliver Novos nye sukkersyge godkendt i USA?
- Finder Mærsk nye oliefelter i Nordsøen?
- Kan kunderne lide Carlsbergs nye ølvariant?

Ved diversifikation kan man ikke fjerne den risiko, der kommer af usikkerhed på markedsniveau

- Hvad bliver den økonomiske vækst i EU næste år?
- Rammes Danmark af et jordskælv?

### Hvor meget kan risikoen reduceres ved diversifikation

Porteføljens varians har to elementer

- Varianserne  $\rightarrow$  individuel risiko
- Kovarianserne  $\rightarrow$  markedsrisiko

Hvis antallet af værdipapirer i porteføljen øges  $\rightarrow$  individuel risiko forsvinder, men markedsrisiko forbliver

Eksempel:

- Risikoen forbundet med, om Mærsk finder nyt oliefelt, kan diversificeres væk ved at købe aktier i mange forskellige olieselskaber
- Risikoen forbundet med et generelt fald i olieprisen diversificeres ikke væk

Forskellige værdipapirers afkast er typisk positivt korrelerede  $\rightarrow$  noget risiko forbliver

### Porteføljebeslutningen

Investorer står overfor en lang række værdipapirer med forskellige forventede afkast og risikoprofiler

Fx

- Obligationer med lav risiko og lavt afkast
- Aktier med moderat risiko og mellemhøjt forventet afkast
- Aktier med høj risiko og højt forventet afkast

Mulige porteføljer: enhver kombination af  $(w_1, w_2, \dots, w_n)$  hvor  $\sum w_i = 1$  er en mulig portefølje

For enhver mulig portefølje kan beregnes  $E[R_p]$  og  $\sigma_p$  (Middelværdien og variansen)

### Teori kontra virkelighed

I virkeligheden kender investorerne selvfølgelig ikke sandsynlighedsfordelingen over verdens fremtidige tilstande og hvert værdipapirers afkast i hver af disse tilstande

Men investorerne kan lave statistiske analyser af historiske afkasttrækker for at bestemme

- Værdipapirernes gennemsnitlige afkast  $\rightarrow$  middelværdi (forventet afkast)
- Graden af variabilitet i afkastene  $\rightarrow$  varians
- Graden af samvariabilitet mellem afkastene  $\rightarrow$  kovarians

Disse tre statistiske elementer er hovedingredienser i porteføljeteori

Implicit antagelse: sandsynlighedsfordelingerne for afkast i fremtiden vil være omtrent, som de har været i fortiden

## Teoretisk statistisk (centrale begreber)

### Stokastiske variable

En stokastisk variabel  $X$  er en variabel, hvis værdi er usikker på forhånd

- Antag at der er  $I$  mulige udfald, når usikkerheden udløses
- Til hver af de mulige udfald hører en sandsynlighed  $p_1, p_2, \dots, p_i \dots p_I$
- Til hver af de  $I$  mulige tilstande hører en værdi af  $X$ :  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_I$

Den realiserede værdi er den værdi, som  $X$  faktisk antager når usikkerheden udløses

Eksempel terningkast:

Resultatet af et forestående terningkast er en stokastisk variabel:

- Seks mulige udfald, svarende til hver af terningens seks sider
- Hvert udfald indtræffer med sandsynlighed  $1/6$
- Til de seks udfald hører værdierne 1,2,3,4,5 og 6

Når terningkastet er udført, er udfaldet ikke længere en stokastisk variabel. I stedet har vi nu fået en realiseret værdi, nemlig antallet af prikker på den side, der vender opad

Hvis en stokastisk variabel har et endeligt antal mulige udfald, kan den beskrives ved en diskret sandsynlighedsfordeling

Sandsynlighederne summer til 1  $\rightarrow$  vi har fuldstændig beskrevet de mulige udfald

### Regneregler for stokastiske variable

Betragt en stokastisk variabel  $Z$ , som er et vægtet gennemsnit af to andre stokastiske variable,  $X$  og  $Y$ :

$$Z = w_X X + w_Y Y$$

hvor  $w_X$  og  $w_Y$  er konstante vægte

- Middelværdien af  $Z$  er:

$$E[Z] = w_X E[X] + w_Y E[Y]$$

$\rightarrow$  middelværdien af  $Z$  er et vægtet gennemsnit af middelværdierne af de to komponenter

- Variansen af  $Z$  er

$$\sigma_Z^2 = w_X^2 \sigma_X^2 + w_Y^2 \sigma_Y^2 + 2w_X w_Y \sigma_{XY}$$



→ variansen af Z afhænger både af varianserne af X og Y samt deres kovarians

### Stokastiske variable og porteføljeteori

Hvorfor er teorien om stokastiske variable relevant for porteføljeteori?

Vi vil opfatte afkastet af et værdipapir som en stokastisk variabel, der realiseres i hver periode

Vi kan dermed udvikle porteføljeteorien med udgangspunkt i begreber og regneregler for stokastiske variable

Hvorfor er teorien om stokastiske variable relevant for porteføljeteori?

- Vi vil opfatte afkastet af et værdipapir som en stokastisk variabel, der realiseres i hver periode
- Vi kan dermed udvikle porteføljeteorien med udgangspunkt i begreber og regneregler for stokastiske variable
- Porteføljer består af kombinationer af værdipapirer
- Det er nødvendigt at kende til regneregler for middelværdi og varians af kombinationer af stokastiske variable

### Kontinuert sandsynlighedsfordeling (uendeligt antal mulige udfald)

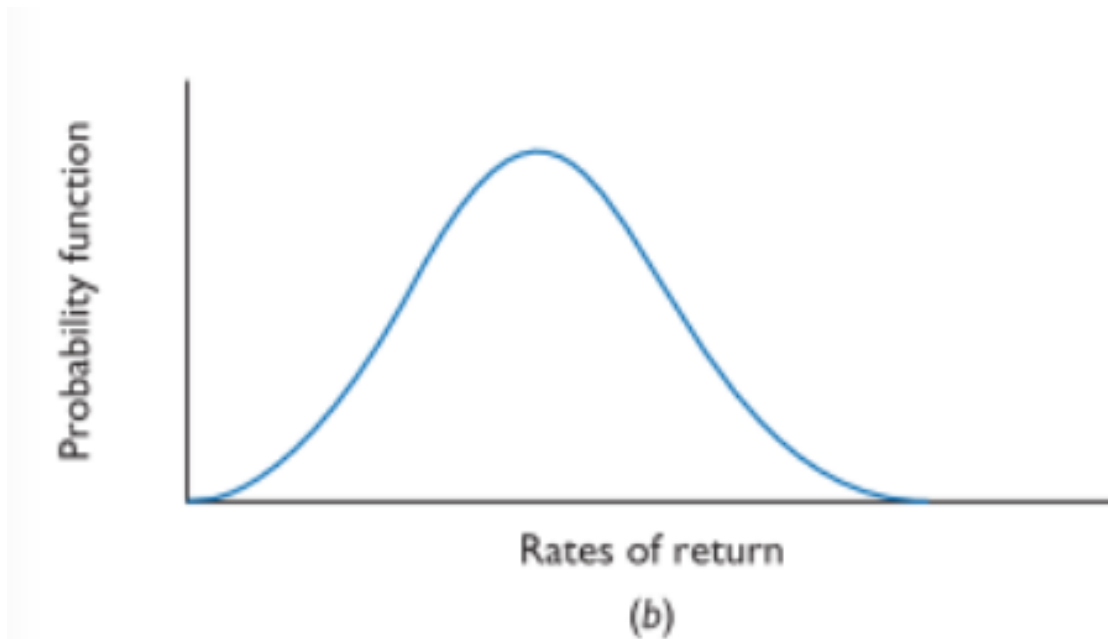
Hvis en stokastisk variabel har et uendeligt antal mulige udfald kan den beskrives ved en kontinuert sandsynlighedsfordeling

Sandsynlighedsfordelingen beskriver vha. en fordelingsfunktion:  $F(A)$  angivers sandsynligheden for, at  $X < A$

Den kontinuerte analog til punktsandsynlighederne i en diskret fordeling er tæthedsfunktionen

$$f(A) = \frac{dF(A)}{dA}$$

Fortolkning: Hvor meget stiger sandsynligheden for, at  $X < A$ , når A gøres en smule større



Figur 1 Tæthedsfunktion for normalfordelingen

### Middelværdi

Middelværdien (eller den forventede værdi) af en diskret stokastisk variabel  $X$  er givet ved:

$$E(X) = \sum_{i=1}^1 p_i x_i$$

Udregnes som et vægtet gennemsnit af de mulige værdier, med værdiernes ssh som vægte

Fortolkning: den gennemsnitlige realiserede værdi der opnås, hvis  $X$  realiseres mange gange

### Varians

Variansen af en diskret stokastisk variabel  $X$  er givet ved:

$$\begin{aligned} \sigma_X^2 &= E[X - E(X)]^2 \\ &= \sum_{i=1}^1 [x_i - E(X)]^2 p_i \end{aligned}$$

Middelværdien af den kvadrerede afvigelse fra den forventede værdi

Fortolkning: Den gennemsnitlige kvadrerede afvigelse fra den forventede værdi, hvis  $X$  realiseres mange gange

Variansen siger noget om variabiliteten af  $X$

Lille varians: mulige værdier ligger tæt på middelværdien eller værdier langt fra middelværdien er usandsynlige

Standardafvigelsen  $\sigma_X$  defineres som kvadratroden af variansen  $\sigma_X = \sqrt{E[X - E(X)]^2}$

### Implikationer af regnereglen for varians

Omskriv variansen af Z vha. formelen for  $\rho_{XY}$ :

$$\sigma_Z^2 = w_X^2 \sigma_X^2 + w_Y^2 \sigma_Y^2 + 2w_X w_Y \rho_{XY} \sigma_X \sigma_Y$$

→ jo større korrelation mellem X og Y, jo større varians har Z

Hvad sker der, hvis  $\rho_{XY} = 1$ ?

$$\sigma_Z^2 = (w_X \sigma_X + w_Y \sigma_Y)^2$$

→ Standardafvigelsen af Z er et vægtet gennemsnit af standardafvigelserne af X og Y

Hvad sker der, hvis  $\rho_{XY} < 1$ ?

$$\sigma_Z^2 < (w_X \sigma_X + w_Y \sigma_Y)^2$$

→ Standardafvigelsen af Z er mindre end et vægtet gennemsnit af standardafvigelserne af X og Y

### Sammensatte stokastiske variable

For en stokastisk variabel  $Z = w_X X + w_Y Y$  gælder:

$$E[Z] = w_X E[X] + w_Y E[Y]$$

$$\sigma_Z \leq w_X \sigma_X + w_Y \sigma_Y$$

For givne  $\sigma_X$  og  $\sigma_Y$ : lavere korrelation mellem X og Y (lavere  $\rho_{XY}$ )  $\Leftrightarrow$  mindre  $\sigma_Z$

### Kovarians

Kovariansen af to diskrete stokastiske variable X og Y er givet ved

$$\begin{aligned} \sigma_{XY} &= E([X_i - E(X)][Y_i - E(Y)]) \\ &= \sum_{i=1}^n [x_i - E(X)][y_i - E(Y)] p_i \end{aligned}$$

Middelværdien af produktet af variabelnes afvigelser fra deres forventede værdier

Korvariansen udtrykker, hvor meget to stokastiske variable samvarierer

- hvis  $x_i = y_i$  i alle mulige udfald  $\rightarrow \sigma_{XY} = \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$
- hvis  $x_i = -y_i$  i alle mulige udfald  $\rightarrow \sigma_{XY} = -\sigma_X^2 = -\sigma_Y^2$
- hvis værdien af X er uafhængig af værdien af Y  $\rightarrow \sigma_{XY} = 0$

### Betydningen af kovarianser

Betragt igen formelen for porteføljens varians:

$$\sigma_p^2 = \sum_i w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_{j \neq i} w_i w_j \sigma_{ij}$$

Der er n varianser og n(n-1) kovarianser, fx

- 5 værdipapirer: 5 varianser og 20 kovarianser
- 100 værdipapirer: 100 varianser og 9900 varianser

Tilføjes et værdipapir til en portefølje med n elementer, får porteføljens varians:

- 1 yderligere variansled
- 2n yderligere kovariansled

Indsigt: Når antallet af værdipapirer i porteføljen (n) er stort bliver variansleddene mindre vigtige end kovariansleddene

Er det muligt at man ved at tilføje et meget risikabelt værdipapir til en portefølje kan reducere porteføljens samlede risiko?

- Ja, hvis kovariansen mellem værdipapirerne er lille (diversifikation). Ved at sprede risikoen over flere elementer betyder det ikke at man mindsker det forventede afkast

### Graden af samvariation

Det interesserer os ofte, i hvilken grad to variable samvarierer

Kovariansen er ikke velegnet som mål for dette, fordi dens størrelse er afhængig af de stokastiske variables skala

Eksempel:

- to variable der med  $\text{ssh}=1/2$  begge tager værdien 1 og med  $\text{ssh}=1/2$  begge tager værdien 0  $\rightarrow \rho_{XY} = 1$
- To variable der med  $\text{ssh}=1/2$  begge tager værdien 100 og med  $\text{ssh}=1/2$  begge tager værdien 0  $\rightarrow \rho_{XY} = 1$

Korrelationskoefficienten definerer begrebet korrelation mellem to variable

- $\rho_{XY} > 0$ : positivt korrelerede
- $\rho_{XY} < 0$ : negativt korrelerede
- $\rho_{XY} = 0$ : ikke korrelerede

### Teori vs empiri

Middelværdi, varians og kovarians er teoretiske begreber for stokastiske variable

- Beregning af dem forudsætter, at man kender sandsynlighedsfordelingen for samtlige mulige udfald
- Meget sjældent tilfældet i virkeligheden (undtagelser: terningkast, Lotto, lodtrækning)

- I praksis kan vi vurdere ("estimere") størrelsen af de teoretiske begreber ved brug af empiriske mål, som beregnes ud fra observerede realiserede værdier af de stokastiske variable

I porteføljesammenhæng:

- Fremtidige afkast af værdipapirer opfattes som stokastiske variable, som har bestemte teoretiske egenskaber (middelværdi, varians, kovarians)
- Historiske afkast, opfattes som realiserede værdier af de samme stokastiske variable. Beskrives ved hjælp af empiriske mål (gennemsnit, empirisk varians og empirisk kovarians)

### Population vs stikprøve

Alternativ tolkning: I statistik skelner man mellem en population og en stikprøve

Eksempel: Danmarks befolkning (population) vs. De mennesker, der er i dette lokale (stikprøve)

- populationen er kendetegnet ved en fordeling, som kan beskrives med (ukendte) teoretiske parametre
- Stikprøven kan beskrives med empiriske mål

I porteføljesammenhæng

- Population: samtlige fortidige og fremtidige afkast
- Stikprøve: (delmængde af) historiske afkast

### Estimation af populationsparametre

Det centrale problem: Vi er interesserede i de teoretiske populationsparametre, men disse er som oftest ukendte.

Løsning: Estimer dem vha. Empiriske mål baseret på en stikprøve

Virker der?

- Ja – man kan vise, at de empiriske stikprøvemål i gennemsnit rammer rigtigt som mål for de teoretiske populationsparametre

### Porteføljens afkast

Betragt en portefølje defineret ved porteføljevægtene ( $w_1, w_2, \dots, w_n$ ):

- Afkastene af de enkelte værdipapirer i porteføljen,  $R_1, \dots, R_n$  er hver især stokastiske variable
- Afkastet af porteføljen er et vægtet gennemsnit af de enkelte værdipapirers afkast. Altså en sammensat stokastisk variabel  $R_p$ :

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \dots + w_n R_n$$

Eksempel:

Portefølje med 40% i Novo, 35% i TDC, 25% i Danske Bank

Hvis realiserede afkast på hhv. 12%, 8% og -3%  $\rightarrow$  porteføljeafkast på:

$$R_p = 0,40 \cdot 0,12 + 0,35 \cdot 0,08 + 0,25 \cdot (-0,03) = 0,07$$

### Porteføljens forventede afkast

Reminder: Hvis X og Y er stokastiske variable, og  $Z = w_x X + w_y Y$ , gælder:

$$E(Z) = w_x E(X) + w_y E(Y)$$

Med ord: Middelværdien af Z er det vægtede gennemsnit af middelværdien af X og det vægtede gennemsnit af middelværdien af Y

Ved at generalisere denne formel til en sum med n elementer får vi, at det forventede afkast af porteføljen er:

$$E[R_p] = w_1 E[R_1] + w_2 E[R_2] + \dots + w_n E[R_n]$$

Altså et vægtet gennemsnit af de forventede afkast for de enkelte værdipapirer i porteføljen

### Porteføljens varians

Reminder: Hvis X og Y er stokastiske variable, og  $Z = w_x X + w_y Y$ , gælder:

$$\sigma_p^2 = \sum_i w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_{j \neq i} w_i w_j \sigma_{ij}$$

Porteføljeveriansen afhænger altså af variansen af hver enkelt værdipapir i porteføljen samt af kovarianserne mellem værdipapirerne

### Efficiente porteføljer

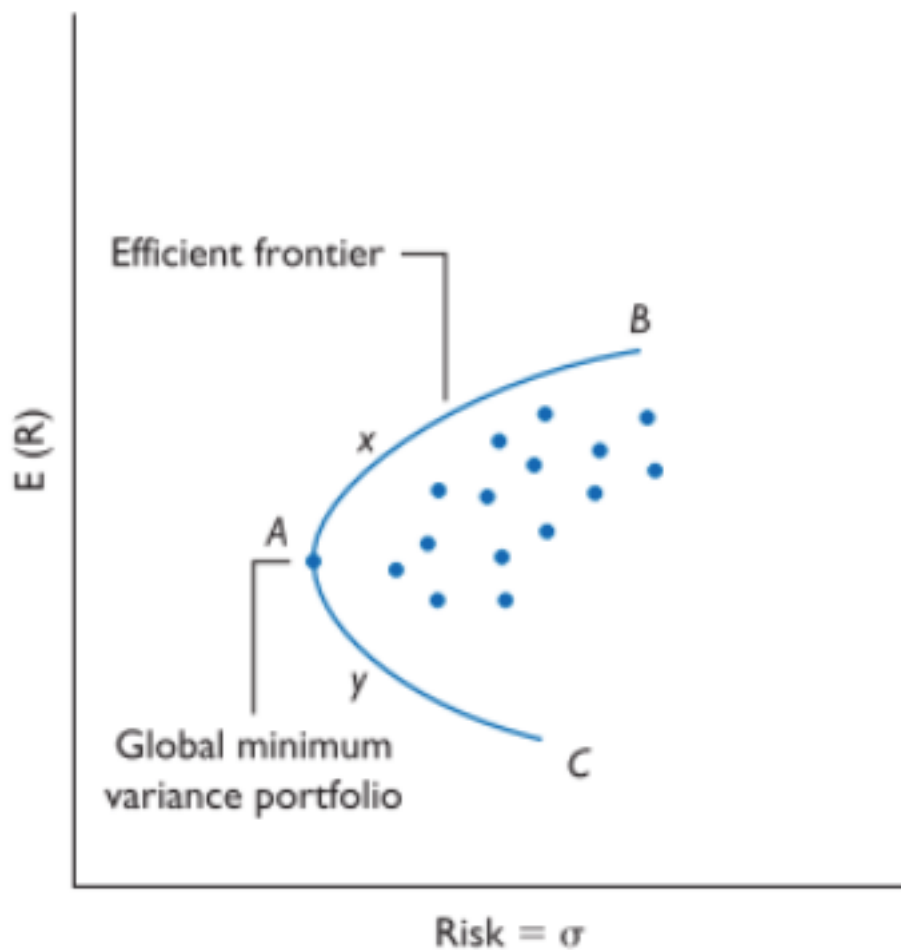
En portefølje siges at være domineret, hvis der findes en mulig portefølje med enten:

- Samme forventede afkast, men lavere risiko
- Samme risiko, men højere forventet afkast

Efficient portefølje: En portefølje er efficient, hvis den ikke er domineret af andre mulige porteføljer

Den mulige portefølje med laveste risiko kaldes minimumsvariansporteføljen

En risikoavers investor vil aldrig vælge en domineret portefølje → vi kan fokusere på mængden af efficiente porteføljer



Figur 2 - Prikkerne er porteføljer!

Dominerede: alle de porteføljer hvor der findes en portefølje der er bedre

Efficiente porteføljer: Porteføljerne på randen - den efficiente rand

Under punktet A vil man altid blive domineret af et punkt med samme risiko, men højere afkast

A = minimumsporteføljen, A angiver minimum af det efficiente X porteføljer

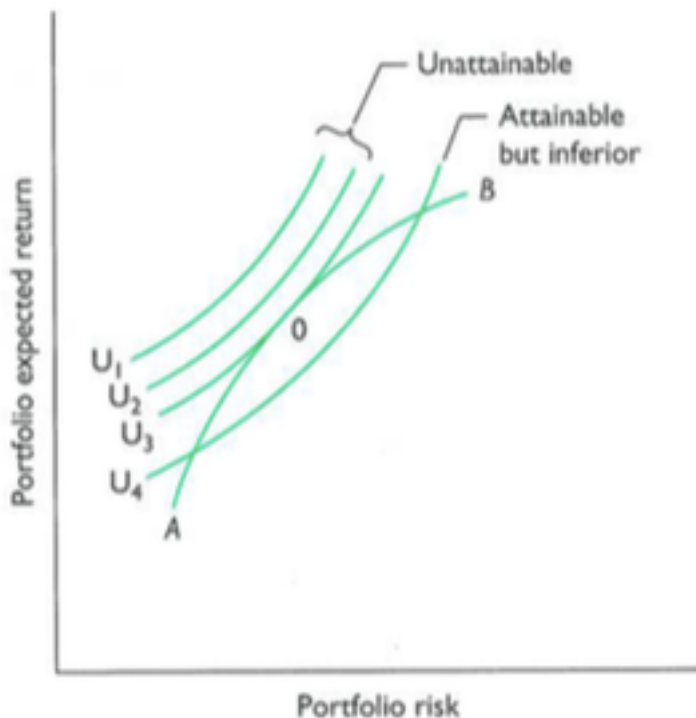
Hvilken portefølje skal investoren vælge fra mængden af efficiente porteføljer:

Dette afhænger af investorens præferencer:

- Hvor risikoavers er investoren?
- Hvor meget ekstra forventet afkast skal han have for at påtage sig en smule mere ekstra risiko?

Vi illustrerer investorens præferencer med indifferenskurver:

- Den optimale portefølje findes der, hvor mængden af efficiente porteføljer tangerer en indifferenskurve
- Dette sikrer højest mulige nytte → den bedst mulige afvejning mellem risiko og forventet afkast



AB angiver den efficiente rand af porteføljer – derfor er det på  $U_3$  at man finder den mest efficiente portefølje

Hældningen på indifferens kurverne – jo mere risikoøvers man er jo stejlere vil hældningen på indifferenskurverne være

Jo mere risikoøvers investoren er jo længere til højre vil investoren ligge (i forhold til tangeringspunktet O).

### Porteføljeteorien i praksis

Ingen kender selvfølgelig den sande sandsynlighedsfordeling for værdipapirers afkast →  $E[R_i]$ ,  $\sigma_i^2$  og  $\sigma_{ij}$  er i princippet ukendte

Vi kan lave statistiske analyser af de historiske afkast og approsimere med gennemsnitligt afkast, empiriske varianser og empiriske kovarianser

Der kan korrigeres for forhold, som man ved er anderledes i fremtiden end i fortiden

### Kapitalmarkedsteori

Hvis alle investorer sammensætter deres portefølje som porteføljeteorien foreskriver, hvad kan vi så sige om:

- Investorernes adfærd i markedsligevægten
- Ligevægtspriser på individuelle værdipapirer



## Antagelser

Kapitalmarkedsteorien anvender porteføljeteorien til at analysere et marked med mange forskellige investorer

Der gøres en række vigtige antagelser

1. Mulighed for at investere i et risikofrit aktiv (I modsætning til porteføljeteorien så kan investorerne nu også investere i et risikofrit aktiv... I porteføljeteorien havde alle aktiver en risiko)
2. Alle investorer bruger samme sandsynlighedsfordeling for afkast  $\rightarrow$  samme opfattelse af forventede afkast, varianser og kovarianser
3. Alle investorer har samme tidshorisont på én periode
4. Alle investorer er små i forhold til det samlede marked  $\rightarrow$  "pristagere" (De er små - og kan derfor ikke personligt gå ind og påvirke prisen med deres handlinger)
5. Ingen transaktionsomkostninger, skatter eller inflation

## Det risikofri afkast (RF)

I porteføljeteorien betragtede vi valgt mellem risikofyldte værdipapirer

En statsobligation med løbetid tilpasset investeringshorisonten kan opfattes som et risikofrit aktiv

- Generelt er obligationer risikofyldte aktiver pga. kursrisiko
- Hvis obligationen ikke skal sælges igen

Afkastet genereret af det risikofri aktiv kaldes det risikofri afkast

## Implikationerne af et risikofrit aktiv

Indsigt: Eksistensen af et risikofrit aktiv udvider mængden af mulige porteføljer

Kald det risikofri afkast for RF

Betragt en portefølje af risikofyldte aktiver, X

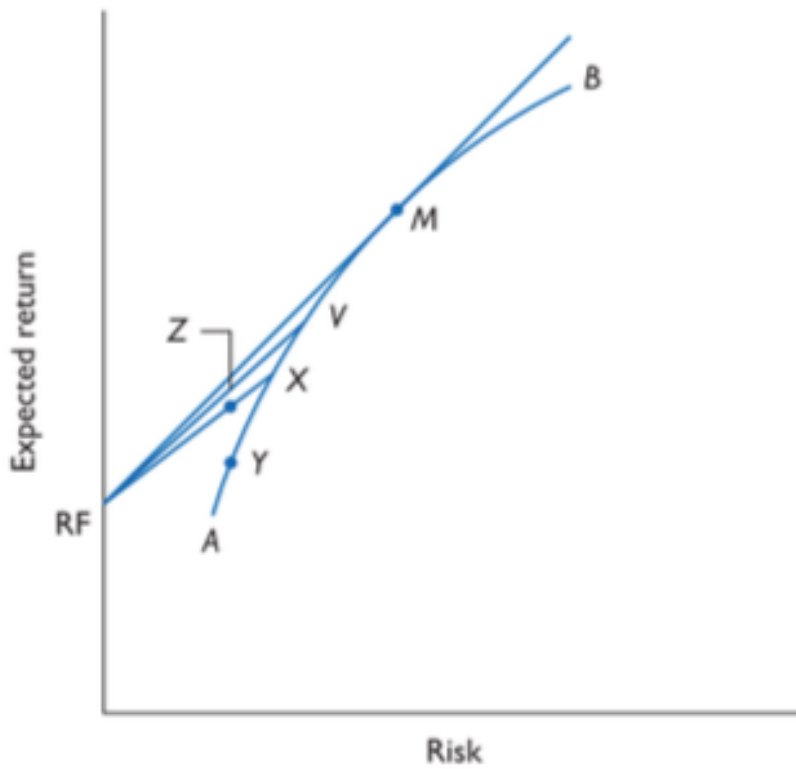
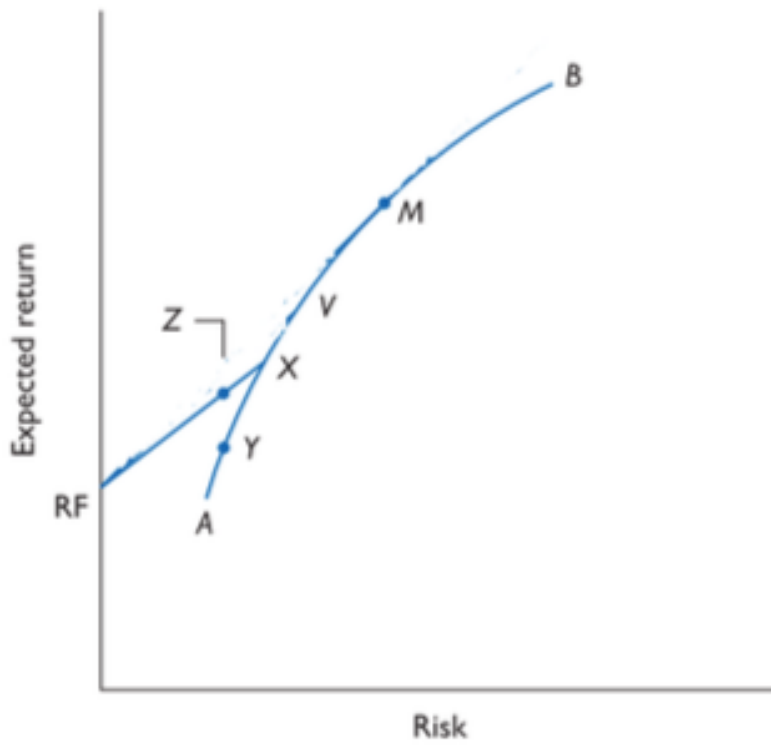
Ved at investere en andel  $w_X$  i porteføljen X og en andel  $(1 - w_X)$  i det risikofri aktiv opnås en ny portefølje Z med

$$E[R_Z] = (1 - w_X)RF + w_X E[R_X]$$

$$\sigma_Z = w_X \sigma_X$$

For  $w_X \in [0; 1]$  vil porteføljen Z ligge på den rette linje mellem punkterne  $(0, RF)$  og  $(\sigma_X, E(R_X))$  i et  $(\sigma, E(R))$ - diagram. Ligningen for denne linje er

$$E(R_Z) = RF + \frac{E(R_X) - RF}{\sigma_X} \sigma_Z$$



Figur 3 – Ved at tegne streger mellem RF og X, RF og V samt RF og M, kan man få adgang til flere og bedre porteføljer end før

Alle porteføljerne på linjen RF og M er en kombination af det risikofrie aktiv og porteføljen M. Kombinationerne er de mest efficiente, men hver investor er forskelligt risikoaverse

### Porteføljen M

Modellen forudsiger, at alle investorer bruger en del af deres formue på porteføljen M og en del på det risikofrie aktiv

Porteføljen M er derfor lig markedsporteføljen: Porteføljen bestående af alle risikofyldte værdipapirer på markedet, hvor vægten for hvert værdipapir svarer til værdipapirets andel af markedets samlede værdi

Simpelt eksempel:

- Der eksisterer tre risikofyldte værdipapirer på markedet: A, B og C
- Markedsværdierne af de tre papirer er hhv. 15 mia. Kr, 40 mia. Kr. og 25 mia kr.
- Markedsporteføljen er da givet ved  $w_A = 0,1875$ ,  $w_B = 0,5$  og  $w_C = 0,3125$
- Modellen siger, at alle investorer vil investere en del af deres formue i en portefølje med lige præcis disse vægte

Hvorfor er alle risikofyldte værdipapirer med i portefølje M?

- Lad os forestille os, at der findes et værdipapir, som ikke er med i porteføljen M
  - Ingen investorer køber værdipapiret
  - Kursen på værdipapiret falder
  - Det forventede afkast stiger...
  - ... indtil alle investorer indlemmer det i porteføljen M
- Hvis ikke porteføljen M reflekterede hele udbuddet af værdipapirer, kunne vi ikke være i en ligevægt, da det netop kun er værdipapirer i porteføljen M, som efterspørges

Husk at: (hvorfor alle investorer vælger den samme kombination af risikofyldte aktiver)  
Forholdet mellem aktierne a,b,c er det samme og derfor vælger investorerne samme kombinationer – men den ene investor kan godt investere mere i a,b,c men en anden investere mindre

### Tangentporteføljen og kapitalmarkedslinjen

Mængden af mulig porteføljer bliver udvidet mest muligt ved at kombinere det risikofrie aktiv med en enkelt risikofyldt portefølje: tangentporteføljen M

Med et risikofrit aktiv bliver mængden af efficiente porteføljer karakteriseret af en ret linje mellem det risikofrie aktiv og tangentporteføljen → kapitalmarkedslinjen

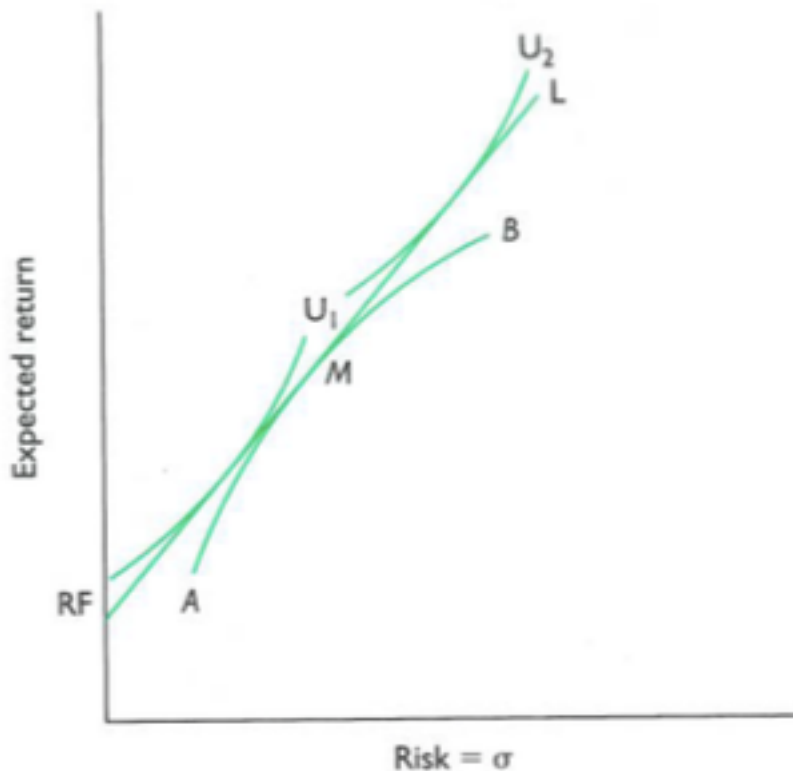
Alle andre porteføljer er domineret af mindst et aktiv på kapitalmarkedslinjen

Investorerne har forskellige præferencer, men alle vælger optimalt en portefølje som består af

- En andel af det risikofrie aktiv
- En andel af porteføljen M
- Høj risikoaversion → lav andel af M
- Lav risikoaversion → høj andel af M

Andel af M > 1 og andel af det risikofri aktiv < 0 → fx lånefinansieret aktieinvestering

(For at komme ud på den anden side af M – sætter man  $w_X > 1$  – man låner altså i M... - egne noter)



Figur 4 - U: Indifferenskurver – viser risikoaversion  
Hvis investoren er mindre risikoavers vil han være på U1. mere risikoavers U2

Forholdet mellem U1 og U2 er det samme – men de investere mere eller mindre i de to porteføljer

### Kapitalmarkedslinjens hældning

Kapitalmarkedslinjen angiver forholdet mellem forventet afkast og risiko af porteføljer, når alle investorer vælger optimale porteføljer

Linjens hældning kan opfattes som markedsprisen på risiko → hvor stor en betaling (højere forventet afkast) får investoren for at påtage sig en større risiko (højere standardafvigelse) i markedsligevægten=

Linjens hældning kan findes som

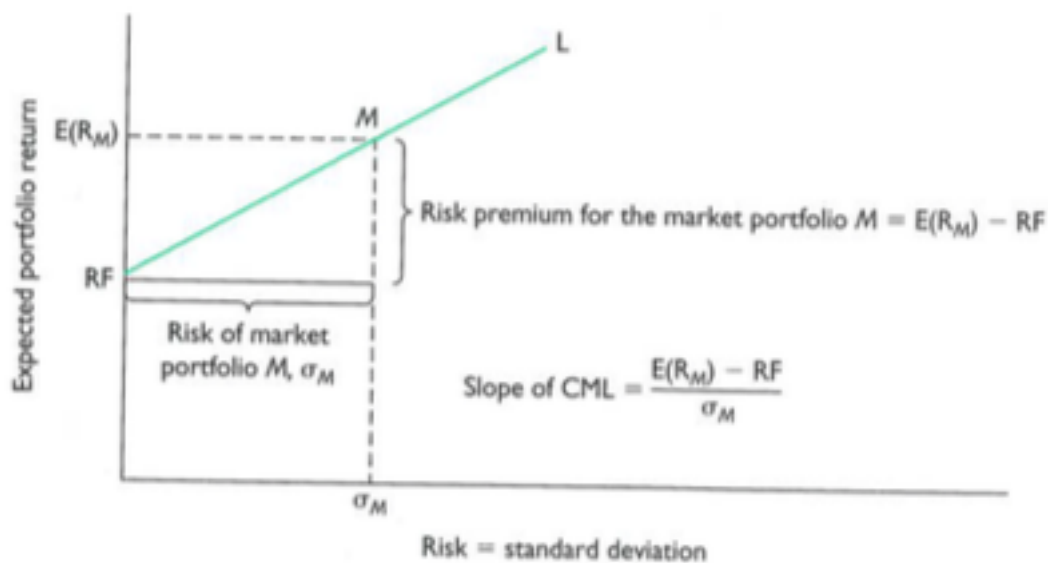
$$\frac{E(R_M) - RF}{\sigma_M}$$

Kapitalmarkedslinjens ligning er :

$$E(R_p) = RF + \frac{E(R_M) - RF}{\sigma_M} \sigma_P$$

Fortolkning: det forventede afkast af en portefølje P er et risikofrit afkast RF, plus en risikopræmie

### Risikopræmien



### Risikoaversion og porteføljevalg

Modellens forudsigtelse er ret bemærkelsesværdig

Man kunne have forestillet sig, at det var optimalt for:

- Meget risikoaverse investorer at holde aktier med lav risiko
- Mindre risikoaverse investorer at holde aktier med høj risiko

Dette er altså ikke tilfældet ifølge denne model  $\rightarrow$  alle investorer holder samme portefølje af risikofyldte aktiver

- Meget risikoaverse investorer holder større andel af det risikofri aktiv
- Mindre risikoaverse investorer holder mindre andel af det risikofri aktiv

### Prisen på enkelte værdipapirer

Kapitalmarkedslinjen angiver ligevægtsforholdet mellem forventet afkast og risiko for efficiente porteføljer

Nu: hvad er forholdet mellem forventet afkast og risiko for enkelte værdipapirer?

- Husk, at alle investorer placerer deres formue i markedsporteføljen og det risikofri aktiv
- Hvor højt et forventet afkast vil investorerne kræve for at indlemme et givet værdipapir
- Svaret afhænger derfor af, hvordan markedsporteføljens forventede afkast og risiko påvirkes

### Det relevante risikomål for et værdipapir

Hvordan påvirkes risikoen af markedsporteføljen, når et nyt værdipapir indlemmes?

- Fra tidligere: Et værdipapirs effekt på variansen af en porteføljes afkast afhænger af kovarianserne mellem værdipapiret og de øvrige værdipapirer i porteføljen
- Værdipapir i's bidrag til risikoen af markedsporteføljen udtrykkes formelt som:
 
$$\beta_i = \frac{Cov_{iM}}{\sigma_M^2} = \frac{\sum (R_i - E[R_i])(R_M - E[R_M])p_i}{\sum (R_M - E[R_M])(R_M - E[R_M])p_i}$$
- $\beta_i$  udtrykker den relevante risiko ved værdipapir i for en investor, som i forvejen har investeret i markedsporteføljen. Afhænger af samvariationen med markedsporteføljen
- Målet er skaleret med  $\sigma_M^2$ , som er markedsporteføljens samlede risiko

Beta rapporteres ofte som et mål for risiko af aktier / porteføljer

Investorer har præferencer over deres porteføljer, ikke individuelle værdipapirer

Det relevante risikomål for et værdipapir er derfor ikke papirets egen varians, men dets bidrag til den samlede porteføljevariens

Alle investorer investerer i markedsporteføljen

→ værdipapirets kovarians med markedsporteføljen bliver det relevante risikomål

### CAPM (Forholdet mellem forventet afkast og risiko for enkelte værdipapirer)

Markedsligevægt hvor alle værdipapirer ligger på værdipapirmarkedslinjen → krav til forventet afkast. Givet  $\beta$ , RF,  $E(R_M)$  og  $\sigma_M^2$ . Opnås via tilpasning af værdipapirets pris:

- Hvis forventet afkast er for lavt → efterspørgsel < udbud → prisen går ned → højere forventet afkast
- Hvis forventet afkast er for højt → efterspørgsel > udbud → prisen går op → lavere forventet afkast

Værdipapirer med  $\beta > 1$  øger risikoen af markedsporteføljen → investorerne vil kræve højere forventet afkast for at købe dem

Værdipapirer med  $\beta < 1$  reducerer risikoen af markedsporteføljen → investorer vil kræve lavere forventet afkast for at købe dem

Capital Asset Pricing Model (CAPM);

$$\text{krævet afkast} = RF + \beta_i \{E[R_M] - RF\}$$

- RF er det risikofri afkast
- $E[R_M] - RF$  er markedsrisikopræmien
- Risikopræmien for værdipapir  $i$  er voksende i dets risiko, målt ved  $\beta_i$

Eksempel slide 24 / 16

Værdipapirmarkedslinjen se slide 23 / 16

Modellens forudsigelse om, at alle investorer investerer i alle risikofyldte aktiver og i samme relative aktiver og i samme relative forhold harmonerer dårligt med virkeligheden. Hvilke(n) af modellens antagelser ligger mon til grund for uoverenstemmelsen?

- Vi antager at alle investorer har samme ide om hvad kovarianserne og varianserne er, det gør at de ikke vil handle på forskellige aktiver smat risikofyldte renter... (sådan er det nok ikke i virkeligheden)

Kan en økonomiske model have værdi, selvom den ikke ligner virkeligheden i alle aspekter?

- Ja - hvis den blot ca vil passe

### Er CAPM en god model

Hovedresultatet i CAPM:

Jo større kovarians mellem et værdipapir og markedsporteføljen (højere  $\beta$ ), jo højere forventet afkast er der på værdipapiret

Empirisk finder man

- En omtrentlig lineær sammenhæng mellem beta og gennemsnitligt afkast
- Ingen systematisk sammenhæng mellem den risiko, som ikke er afspejlet i beta, og gennemsnitligt afkast

Men strengt taget kan CAMP ikke testes, da den er en relation mellem uobserverbare forventede størrelser

### Fortolkning af beta 1

$$\beta_i = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2} = \frac{\sum (R_i - E[R_i])(R_M - E[R_M])p_i}{\sum (R_M - E[R_M])(R_M - E[R_M])p_i}$$

Hvis et værdipapirs afkast typisk er

- 1,5% højere end sit gennemsnit, når markedsafkastet er 1% højere end sit gennemsnit
- 1,5% lavere end sit gennemsnit, når markedsafkastet er 1% lavere end sit gennemsnit

så er  $\beta_i = 1,5$

Markedsporteføljen  $\rightarrow \beta = 1$

**Estimation af Beta 1**

Husk:  $\beta_i = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2}$

Beta udtrykker forholdet mellem to teoretiske, ukendte populationsparametre  $\rightarrow$  vi kan ikke observere  $\beta_i$ , men vi kan estimere den!

Oplagt estimator:

$$\hat{\beta}_i = \frac{\widehat{Cov}_{i,M}}{\widehat{\sigma}_M^2}$$

hvor  $\widehat{Cov}_{i,M}$  er den empiriske kovarians mellem afkastet på værdipapir i og afkastet af markedsporteføljen, og  $\widehat{\sigma}_M^2$  er den empiriske varians på afkastet af markedsporteføljen

Det viser sig, at dette svarer nøjagtigt til hældningen på "den bedste rette linje" gennem plot af værdipapir i's realiserede afkast og markedsporteføljens realiserede afkast

(Stikprøver...)

(Beta er hældningen på den rette linje (tendenslinjen))

(Når variansen (sigma) er høj (punkterne ligger langt fra hinanden) er beta lav, når variansen er lav er beta høj)

**Fortolkning af beta 2**

Husk, at korrelationskoefficienten er defineret som  $\rho_{XY} = \frac{Cov_{X,Y}}{\sigma_X \sigma_Y}$

Benyt dette til at omskrive formelen for  $\beta$ :

$$\beta_i = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{i,M} \sigma_i \sigma_M}{\sigma_M^2} = \rho_{i,M} \frac{\sigma_i}{\sigma_M}$$

$\beta$  udtrykker altså en kombination af to ting:

- Hvor risikofyldt værdipapiret er i forhold til markedsporteføljen ( $\frac{\sigma_i}{\sigma_M}$ )
- Hvor korreleret dets afkast er med markedsporteføljens ( $\rho_{i,M}$ )

Individuelle værdipapirer har typisk

- Højere individuel risiko end markedsporteføljen ( $\sigma_i > \sigma_M$ )
- Positiv korrelation med markedsporteføljen ( $0 < \rho_{i,M} < 1$ )

(Typisk – samlet set vil beta være positiv da vi ganger noget positivt med noget positivt...)

**Estimation af Beta 2**

Sådan estimeres  $\beta_i$ : en trin-for-trin-opskrift

- Find (eller beregn selv) data for værdipapirs i's årlige (eller kvartalsvise, månedlige) afkast over en længere periode (indeks kunne være en god ide da vi ikke kender hele markedet)



- Find (eller beregn selv) data for markedsporteføljens afkast i samme periode – benyt fx et bredt aktieindeks som proxy (indeks kunne være godt da vi ikke kender hele markedet)
- Plot de to serier over for hinanden, med værdipapirets afkast ud af Y-aksen
- Estimer "den bedste rette linje" og aflæs dens hældning
- Voila – et estimat for  $\beta_i$

## Fundamental værdi

### Fundamental analyse

Metoder til fundamental analyse

- Discounted Flow-modeller (DCF)
- Metoder baseret på nøgletal såsom EPS (earnings-per-share) og P/E-forhold (price-earnings)

DCF-metoder er teoretisk velfunderede og giver derfor konceptuelt "korrekte" estimater

Metoder baseret på nøgletal er meget anvendt i praksis, men bygger mere på tommelfingerregler og fingerspidsfornemmelse → (læs selv?)

### Discounted Cash Flow-metoder (DCF)

DCF-metoder estimerer et værdipapirs fundamentale værdi som nutidsværdien af de fremtidige betalingsstrømme (cash flows), værdipapiret forventes at generere:

$$V_0 = \frac{CF_1}{1+k} + \frac{CF_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{CF_\infty}{(1+k)^\infty}$$

$CF_i$ : cash flow i periode i

k: passende kalkulationsrente, som afspejler afkastkravet

Eksempler på DCF-metoder:

- Dividend Discount Model (DDM)
- Free Cash Flow to Equity (FCFE)
- Free Cash Flow to Firm (FCFF)

### Dividend Discount Model (DDM)

DDM er en meget anvendt metode til værdisættelse af aktier. En aktie er et værdipapir, som genererer fremtidige betalinger i form af dividender

- DDM estimerer den fundamentale værdi ( $v_0$ ) af en aktie som nutidsværdien af de fremtidige dividender:

$$V_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{D_\infty}{(1+k)^\infty}$$

- Diskonteringsraten k afspejler afkastkravet til aktien, givet dens risiko
- Hvis  $V_0 >$  aktuel pris → aktien er undervurderet → Køb

- Hvis  $V_0 <$  aktuel pris  $\rightarrow$  aktien er overvurderet  $\rightarrow$  sælg
- Hovedudfordring: Metoden kræver estimater for alle virksomhedens fremtidige dividendeudbetalinger

### Særlige tilfælde

Antag, at dividenderne er konstante i al fremtid ( $D_1 = D_2 = \dots = D_\infty$ )  $\rightarrow$

$$V_0 = \frac{D_1}{k}$$

Gordons formel

Antag at dividenderne vokser med konstant vækstrate  $g$  i al fremtid ( $D_{t+1} = (1 + g)D_t$ )  $\rightarrow$

$$V_0 = \frac{D_1}{k - g}$$

Andre variationer, fx hvor det antages at dividenderne vokser med:

- høj vækstrate  $g_1$  i  $n$  perioder
- lavere vækstrate  $g_2$  i efterfølgende perioder

$\rightarrow$  samme princip

### Dividender vs kursgevinster

Spiller det nogen rolle om man planlægger at sælge aktien, fx ved udgangen af periode 2?

$$V_0 = \frac{D_1}{1 + k} + \frac{D_2}{(1 + k)^2} + \frac{P_2}{(1 + k)^2}$$

Dividenderne efter  $x$  år lagt sammen også prisen ved år  $x$ .

Prisen ved år  $x$  er fundet ved at tilbagediskontere

Bedste bud på  $P_2$  (salgspris ved udgang af periode 2):

$$P_2 = \frac{D_3}{1 + k} + \frac{D_4}{(1 + k)^2} + \dots + \frac{D_\infty}{(1 + k)^\infty}$$

Formel for  $V_0$  præcis den samme som før

### Free Cash Flow to Equity

I DDM anvendes nutidsværdien af alle fremtidige dividender, altså de betalinger, der faktisk tilfalder aktionæren

En alternativ tilgang er at anvende nutidsværdien af det forventede fremtidige frie cash-flow, som virksomheden potentielt kan udbetale som dividender ("Free Cash Flow to Equity  $\approx$  FCFE)

$$V_0 = \frac{FCFE_1}{1 + k} + \frac{FCFE_2}{(1 + k)^2} + \dots + \frac{FCFE_\infty}{(1 + k)^\infty}$$

FCFE beregnes som

- Resultat per aktie

- + Afskrivninger
- + Gældoptagelse
- - Gældstilbagebetaling
- - Investeringer

### DDM vs FCFE

Hvornår giver de to tilgange forskellige resultater?

EX. 1 En virksomhed beholder overskud i virksomheden i stedet for at udbetale dividender. Hvis dette "fortsætter for evigt":

$$DDM: V_0 = \frac{D_1}{k - g} = 0, FCFE: V_0 = \frac{FCFE_1}{k - g} > 0$$

EX. 2 En urentabel virksomhed finansierer sig med gæld. Hvis dette "fortsætter for evigt":

$$DDM: V_0 = \frac{D_1}{k - g} = 0, FCFE: V_0 = \frac{FCFE_1}{k - g} > 0$$

EX 3 En virksomhed med FCFE = 0 udbetaler dividender og finansierer med udstedelse af nye aktier. Hvis dette "fortsætter for evigt":

$$DDM: V_0 = \frac{D_1}{k - g} > 0, FCFE: V_0 = \frac{FCFE_1}{k - g} = 0$$

Hvilken model er så bedst?

EX. 1 Virksomheden har overskud, men DDM giver  $V_0 = 0 \rightarrow$  FCFE "bedst"

EX. 2 Virksomheden er urentabel, men FCFE giver  $V_0 > 0 \rightarrow$  DDM er "bedst"

EX. 3 Virksomheden genererer ikke positivt cash flow, men DDM giver  $V_0 > 0 \rightarrow$  FCFE "bedst"

I alle tilfælde er det antagelsen om konstant vækstrate  $g$  ("fortsætter for evigt"), som er fejlagtig:

- En virksomhed med overskud vil på et eller andet tidspunkt begynde at betale dividender
- En urentabel virksomhed kan ikke blive ved med at optage mere gæld
- En virksomheden uden positive cash flows kan ikke blive ved med at tiltrække ny aktiekapital

### New economics

Slutningen af 1990'erne og 2000  $\rightarrow$  dot.com-virksomheder havde enorme markedsværdier på trods af at de aldrig havde haft overskud

New economics:

- "gamle" måder at værdisætte virksomheder baseret på dividender, cash flows osv duer ikke i internettets tidsalder

- Det afgørende er "antal klik", "kundetilfredshed" osv

Boblen brast i 2001 → i længden må virksomheder skabe overskud for at have værdi (man skal passe på med ikke at tro at det kan genereres overskud...)

### Hvilken værdi estimeres?

"Værdien af en virksomhed" kan forstås på to måder

1. markedsværdien af virksomhedens egenkapital
2. Markedsværdien af virksomhedens samlede aktiver = Markedsværdien af egenkapitalen + markedsværdien af gælden

DCF-metoder kan helt tilsvarende inddeles i to typer:

1. Estimerer for værdien af virksomhedens egenkapital. Anvender afkastkravet til egenkapitalen (= virksomhedens egenkapitalomkostning) som diskonteringsrate
  - DDM og FCFE er begge eksempler på estimerer for værdien af virksomhedens egenkapital. Anvender afkastkravet til egenkapitalen – virksomhedens egenkapitalomkostning – som diskonteringsraten
2. Estimerer for virksomhedens samlede værdi (Egenkapital + gæld). Anvender virksomhedens vægtede kapitalomkostning (WACC) som diskonteringsrate

DDM og FCFE er begge eksempler på den første type

### Free Cash Flow to Firm (FCFE)

Free Cash Flow to Firm (FCFE) er et eksempel på en DCF-metode, som estimerer markedsværdien af hele virksomheden

Markedsværdien estimeres som nutidsværdien af de fremtidige cash flows, som virksomheden potentielt kan bruge itl at udbetale dividender og servicere gæld:

$$V_0 = \frac{FCFE_1}{1+k} + \frac{FCFE_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{FCFE_\infty}{(1+k)^\infty}$$

FCFE kan beregnes som :

- Resultat per aktie
- +afskrivninger
- +rentebetalinger (efter skat)
- investeringer
- udbytte til præferenceaktier (preferred stocks)

Diskonteringsraten k er givet ved virksomhedens vægtede kapitalomkostning, WACC

### Hvad er WACC?

WACC ("Wieighted Average Cost of Capital") er virksomhedens vægtede kapitalomkostning, givet ved

$$WACC = x_{debt} \cdot k_{debt} + x_{equity} \cdot k_{equity}$$

- $x_{debt}$  og  $x_{equity}$  er andelene af hhv. Gæld og egenkapital på virksomhedens passivside
- $k_{debt}$  er virksomhedens gældsomkostning  $\rightarrow$  den effektive rente på virksomhedens lån
- $k_{equity}$  er virksomhedens egenkapitalomkostning  $\rightarrow$  afkastkravet til virksomhedens aktier, som afhænger af aktiens risiko (CAPM:  $\beta$ )

Husk fra investeringsteori:

- WACC er den relevante diskonteringsrate til beregning af kapitalværdien af virksomhedens anlægsinvesteringer
- Udtrykker virksomhedens gennemsnit finansieringsomkostning  $\rightarrow$  vigtig parameter for virksomheden

### Finansieringsomkostninger og finansieringsstruktur

Bemærk: Hvis konstant vækstrate  $g$  i FCFE, kan virksomhedens samlede markedsværdi beregnes som

$$V_0 = \frac{FCFF_1}{WACC - g}$$

Implikation: Lavere WACC  $\rightarrow$  højere markedsværdi

Vigtigt spørgsmål i finansieringsteori:

Kan virksomheden opnå lavere WACC ved at ændre sin finansieringsstruktur – og derved øge sin markedsværdi?

- Husk:  $WACC = x_{debt} \cdot k_{debt} + x_{equity} \cdot k_{equity}$
- $x_{debt} + x_{equity} = 1 \rightarrow WACC = k_{equity} - x_{debt}(k_{equity} - k_{debt})$
- Hvis  $k_{debt} < k_{equity}$ , kan virksomheden så reducere WACC ved at øge  $x_{debt}$ ?

### Modigliani-Miller-teoremet

Et af de mest berømte resultater i corporate finance-teori:

- Betragt en virksomhed som:
  1. Har foretaget sine investeringsvalg (aktivsiden er låst fast)
  2. Frit kan foretage sine finansieringsvalg (Valg mellem gæld eller egenkapital)

Hvilken finansieringsstruktur maksimerer værdien af virksomheden fra investorernes (aktionærernes og kreditorernes) perspektiv?

Modigliani-Miller: Finansieringsstrukturen har ingen betydning for

1. Virksomhedens vægtede kapitalomkostning
2. Virksomhedens samlede markedsværdi

**Intuition**

Hvorfor ændres WACC ikke, når  $x_{debt}$  ændres?

Svar: Virksomhedens egenkapitalomkostning stiger, når  $x_{debt}$  stiger:

- $x_{debt} \uparrow$ :  $WACC = k_{equity} - x_{debt}(k_{equity} - k_{debt}) \downarrow$  for givne  $k_{equity}$  og  $k_{debt}$
- $k_{equity} \uparrow$ :  $WACC = k_{equity} - x_{debt}(k_{equity} - k_{debt}) \downarrow$  for given  $x_{debt}$
- De to effekter annullerer hinanden, ingen effekt på WACC!

Stigningen i  $k_{equity}$  skyldes, at øget gældsfinansiering øger risikoen for den tilbageværende egenkapital  $\rightarrow$  større risikopræmie på virksomhedens egenkapital, højere afkastkrav (kerneindsigten i kapitalmarkedsteori)

**Antagelser**

Modigliani-Miller-teoremet bygger på en række restriktive antagelser:

- ingen transaktionsomkostninger
- ingen skat (i virkeligheden er renteudgifter fradragsberettigede)
- Finansieringsstruktur påvirker ikke investering og drift (og derfor ikke FCFF)

**Modeller i økonomi**

Modigliani-Miller er et fremragende eksempel på en "god økonomiske teorimodel"

$\rightarrow$  (i) få og simple antagelser, (ii) overraskende implikationer og (iii) en klar intuition

- Modellen fanger selvfølgelig ikke hele virkeligheden og vil da strengt taget være "forkert"
- Målet med en model er IKKE at fange hele virkeligheden ("the best model of a cat is a cat"), men de vigtigste aspekter for en given problemstilling
- Modigliani-Miller definerer stadig forskningen indenfor corporate finance  $\rightarrow$  alle modeller må forholde sig til spørgsmålet om, hvorfor finansieringsstrukturen overhovedet betyder noget

**Modern corporate finance**

Flere gode forklaringer på, hvorfor finansieringsvalget faktisk betyder noget

Skat: renteudgifter er fradragsberettigede for virksomheden men skattepligtige for investorerne  $\rightarrow$  komplicerer billedet meget

Konkurs: sandsynligheden vokser med andelen af gæld, g konkurs er forbundet med reale omkostninger

Agency costs: gæld kan være et middel til at disciplinere managers med egne dagsordener

## Efficiente markeder

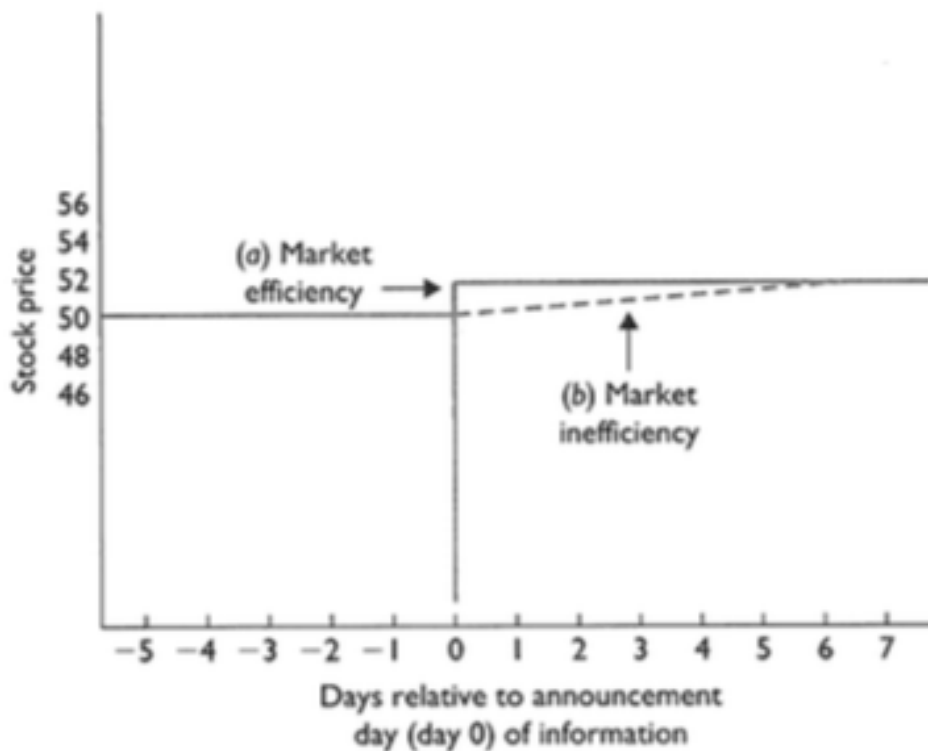
En akties fundamentale værdi er nutidsværdien af de fremtidige dividender

Men de fremtidige dividender er netop fremtidige og dermed ukendte. Ethvert estimat af en akties fundamentale værdi afhænger derfor af forventningerne til de fremtidige dividender

Hvordan reagere aktiekursen på nu information, som påvirker estimatet af fremtidige dividender?

- Novos nye sukkersygepræparat godkendes til salg i USA
- Mærsk annoncerer fund af nyt oliefelt i Nordsøen
- Carlsberg offentliggør nye skuffende regnskabstal

Et marked siges at være efficient, hvis priserne på et givet tidspunkt reflekterer al tilgængelig information



Figur 5 - i b vil det ikke afbillede den efficiente pris på markedet

### Implikationer af efficiente markeder

På et efficient marked har ethvert værdipapir på ethvert givet tidspunkt et forventet afkast, som er i overensstemmelse med dets risiko ( $\beta$ )

Aktiekurser tilpasser sig øjeblikkeligt til nyt ligevægtsniveau, når ny information fremkommer

Det er ikke muligt for investorer at opnå et overnormalt forventet afkast ved at bruge den tilgængelige information

→ man bliver ikke en bedre investor af at læse Børsen

→ DAKOLOS-teorem (Michael Møller, CBS) – de andre kan også læse og skrive...

### **Den eneste måde at øge sit forventede afkast på er ved at påtage sig mere risiko**

Hvad skal man som investor gøre, hvis hypotesen om efficiente markeder holder?

- Aktiekurser reflekterer altid al tilgængelig information → ikke muligt at systematisk "slå markedet" ved selv at indsamle og anvende information (eller ved at betale andre for det)
- En aktiv investeringsstrategi (hyppige handler som reaktion på ny information) giver derfor ikke højere forventet afkast, men øger omkostninger i form af gebyrer og tid anvendt til informationsindsamling
- Passiv investeringsstrategi (sammensæt portefølje og behold den) bliver derfor mere attraktiv (→ der er også omkostninger med tid osv.)

Hvad skal man så investere i?

- Bemærk: diversifikationsprincippet er stadig gyldigt
- Derfor: Minimér risiko givet krav til afkast ved at sammensætte diversificeret portefølje, og minimér dernæst omkostninger

Debatten om efficiente markeder har politiske implikationer:

- Hvis de finansielle markeder er efficiente, bør centralbanker ikke forsøge at "punktere" bobler ved at have renten
- Aktiekursen repræsenterer på ethvert givet tidspunkt markedets bedste bud på en akties fundamentale værdi
- Svært for centralbanken at identificerer bobler: kræver at den har adgang til mere information end markedet
- Hvis de finansielle markeder ikke er efficiente, er der (muligvis) en større rolle for pengepolitik og regulering
- Det hævdes af kritikere, at overdreven tro på efficiente markeds hypotese (EMH) førte til politisk passivitet i årene op til krisen
- Forsvarere af hypotesen vil nok snarere mene, at der var tale om overfortolkninger af EMH

### **Hvad skal der til for at markederne er efficiente**

Under følgende (teoretiske) forudsætninger vil finansielle markeder være efficiente:

1. Et stort antal pristagende investorer, som analyserer, værdisætter og handler aktiver med henblik på at få størst muligt forventet afkast, givet risikoen
2. Information bliver omkostningsfrit stillet til rådighed for alle investorer på samme tid

Antag at der er nye (positiv) information om en aktie, som ikke er fuldt reflekteret i prisen



→ investorerne ønsker at købe, og prisen bydes med det samme op

Efficiente markeder betyder IKKE, at aktiekursen på ethvert tidspunkt svarer præcist til aktiens "sande" fundamentale værdi, men at den repræsenterer markedets bedste bud på denne ud fra den tilgængelige information

### Teoretisk kritik

Grossman & Stiglitz: "On the impossibility of informationally efficient markets", 1980:

- Der er ikke omkostningsfrit at samle og bearbejde information
  - Ex: Professionelle investorer kunne have et andet arbejde → alternativomkostninger af tid brugt på at læse årsregnskaber osv.
- Hvis markederne var efficiente, så der ingen gevinst var ved at indsamle information
  - Ingen ville afholde omkostningen ved at indsamle information
  - Markedspriserne ville ikke afspejle den tilgængelige information
- Implikationer:
  - Markederne kan ikke være efficiente
  - Der må nødvendigvis være en (lille) gevinst ved at samle og bearbejde information

### Tre hypoteser om efficiente markeder (Ting om EMH)

#### Hypotesen om efficiente markeder ("EMH"): Finansielle markeder er efficiente

Eugene Fama (Nobelpris 2013): Tre varianter af hypotesen af forskellige styrke

1. Svag EMH: Nuværende markedspriser reflekterer al tilgængelig markedsinformation (fx historiske priser)
2. Halvstærk EMH: Nuværende markedspriser reflekterer al offentlig tilgængelig information
3. Stærk EMH: Nuværende markedspriser reflekterer al information (både offentlig og privat)

### Svag EMH

Hypotesen: Nuværende markedspriser reflekterer al information indeholdt i historiske priser  
→

Implikation: Historiske prisændringer kan ikke forudsige fremtidige prisændringer

- Sandsynligheden for, at en aktiekurs stiger over den næste måned, er hverken højere eller lavere, hvis den steg i sidste måned, end hvis den faldt i sidste måned
- Sandsynligheden for, at en aktiekurs stiger over den næste måned, er hverken højere eller lavere, hvis den befinder sig 10 pct. Under sit historiske gennemsnit, end hvis den befinder sig 10 pct over sit historiske gennemsnit

Holder den svage hypotese om EM?

- er kursændringer statistisk korrelerede over tid?
- Kan man opstille en handelsstrategi, som ville have givet overnormalt afkast, hvis den havde været anvendt i praksis?

**Svag EMH: Empiri**

Der er generelt solidt empirisk belæg for den svage version af EMH: Historiske prisdata kan ikke anvendes til at forudsige fremtidige kursbevægelser (på kort sigt)

- Der findes handelsstrategier, som kan give et lille overnormalt afkast, men i praksis ville fordelene blive mere end ædt op af handelsomkostninger
- EX. Aktiemarkedet i Hong Kong følger i gennemsnit aktiemarkedet i USA med en lille forsinkelse
  - denne vil kunne udnyttes til at opnå et overnormalt afkast på 0,115%
  - Mindre end typiske handelsomkostninger
- Finansielle markeder er økonomisk efficient, snarere end statistisk efficiente
  - Statistisk signifikante afvigelser fra EMH kan forekomme, men er så små, at de ikke kan udnyttes i praksis

**Semistærk EMH**

Hypotesen: Nuværende markedspriser reflekterer al offentligt tilgængelig information

Implikation: aktiekurser skal tilpasse sig med det samme, når ny information bliver offentligt tilgængelig

- Eventstudier: Hvordan opfører aktieafkast sig i dagene omkring vigtig ny information annonceres?
  - EMH holder, hvis ny information fører til spring i aktiekurser → ingen systematiske ændringer efter annoncering
  - EMH holder ikke, hvis ny information fører til systematiske kursændringer i perioden efter annoncering

**Semistærk EMH: Eventstudier**

Beregn en akties (daglige) overnormale afkast (AR) i perioden før og efter annoncering

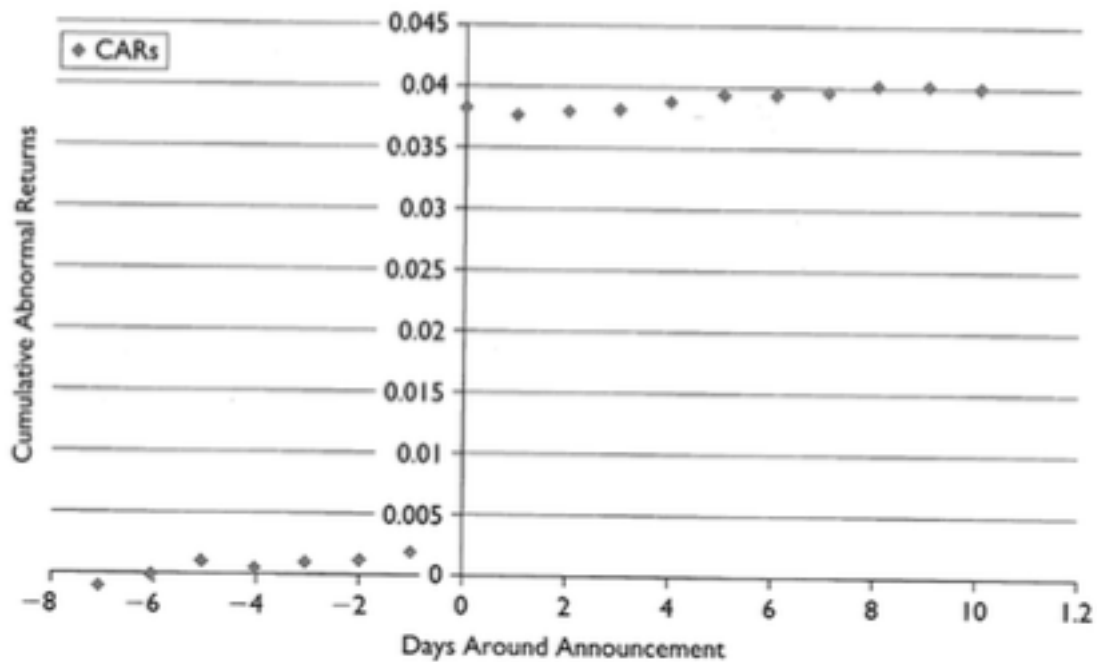
$$AR_{it} = R_{it} - E[R_{it}]$$

(Faktisk afkast – forventet afkast)

Beregn det kumulerede overnormale afkast (CAR) over perioden:

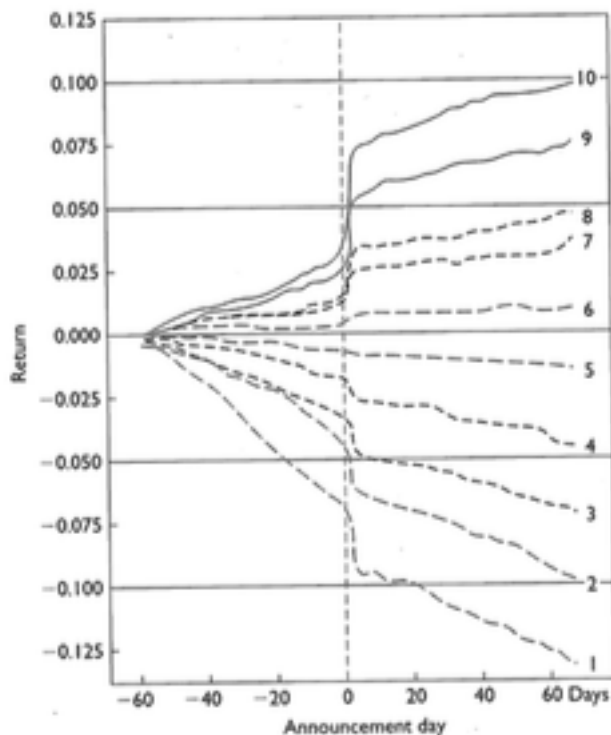
$$CAR_{it} = \sum_{s=0}^t AR_{is}$$

(Tager det overnormale afkast for hver dag omkring eventet)



Eksempel: Eventstudie af offentliggørelse af virksomheders kvartalsregnskaber

- For hver virksomhed og for hvert kvartal (dvs hver "event"):
  - Estimer et "forventet overskud" på baggrund af virksomhedernes tidligere overskud
  - Beregn "overraskelsen" som "faktisk overskud" - "forventet overskud"
- Opdel events efter (den relative) størrelse af overraskelsen
  - Gruppe 1: mest negative overraskelser
  - Gruppe 2: mest positive overraskelser



Figur 6 - Reaktion før event - information siver lidt ud før selve eventet

Efter eventet - skulle de være mere eller mindre konstante! - 1 falder stadig og 10 stiger stadig - der er altså en systematisk effekt efterfølgende

Nogle studier ser altså ikke godt ud udfra hypotesen, mens andre ser gode ud

### Stærk EMH

Hypotesen: Nuværende markedspriser reflekterer al information - både offentligt tilgængelig og privat information

Implikation: Aktiekurser skal tilpasse sig med det samme, når ny information bliver tilgængelig for offentligheden eller for private aktører

Hvordan afprøver man hypotesen empirisk:

- EX: kan direktører - som har privat information om deres egen virksomhed - tjene et overnormalt afkast ved at handle med aktier i denne virksomhed?
  - Amerikanske direktører skal rapportere sådanne handler til myndighederne → offentliggøres hver måned
  - Aktier, som i en given måned er blevet købt af "insidere", har i gennemsnit et langt højere afkast end aktier som er blevet solgt af "insidere"
  - Direktører kan altså tjene et overnormalt afkast ved at udnytte "insider viden" → modstrid med den stærke hypotese om EM

Eksempel med MEGET privat information

Under den kolde krig forsøgte CIA at omstyrte en række "ikke-venlige regimer" i andre lande fx

- Iran, 1953 efter nationalisering af oliefelter
- Guatemala, 1954 efter nationalisering af frugtplantager
- Cuba, 1961, efter nationalisering af al amerikansk ejendom

Hvordan reagerede aktiekurserne for amerikanske virksomheder berørt af de militære aktioner?

Og hvornår reagerede de? (dag 0 = den hemmelige operation godkendes)

### Anomalier

Empiriske fænomener, som modsiger hypotesen om efficiente markeder, kaldes anomalier:

1. Offentliggørelse af virksomheders kvartalsregnskaber (Grafen med 1-10, figur 6)
2. Lave P/E ratios → høj vækst i aktiekurs (tvivlsomt) (Aktier med lave Price / earnings ratio)
3. Størrelseseffekten → små børsnoterede virksomheder giver højere forventet afkast end store med samme risiko (tvivlsomt)
4. Januar-effekten → højere forventede afkast i januar (Januar effekt – gang på gang har man observeret at aktier giver højere afkast i januar – det er forudsigeligt (derfor i modstrid til EMH) (Den er væk efter man er begyndt at dokumentere den...)
5. Value Line Ranking System

### Behavioral economics

Relativt ny gren indenfor økonomi – forsøger at integrere psykologi og økonomi

- Basal erkendelse: Mennesker er i mange situationer "begrænset rationelle", så deres beslutninger styres af:
  - Tommelfingerregler ("heuristics")
  - Følelser
- Snarere end statistisk / logisk analyse

Dette betyder, at mennesker begår systematiske beslutningsfejl

### Behavioral finance

Formål: Dokumentere og forklare empiriske fænomener på de finansielle markeder, som ikke er i overensstemmelse med rationel adfærd

- Hvorfor er investorer langt mere tilbøjelige til at sælge aktier, som er steget i pris, end aktier som er faldet i pris?  
→ Loss aversion: smerten ved (realiseret) tab er større end glæden ved gevinst
- Hvorfor handler investorer typisk meget hyppigt, selv når det er optimalt at holde aktier i lang tid pga. transaktionsomkostninger?  
→ Overoptimisme: Langt de fleste investorer tror, at de er dygtigere end gennemsnittet

Men: Det er teoretisk set ikke nødvendigt, at alle investorer handler rationelt, for at EMH holder

### Er de finansielle markeder efficiente?

Kritik af hypotesen om efficiente markeder

- teori: efficiente markeder → intet incitament til at indsamle information → markederne er ikke efficiente
- Behavioral finance: mange investorer er kun begrænset rationelle

På langt sigt klarer professionelle investorer sig ikke bedre end markedsporteføljen (→ JA)

- 90% af investeringsfonde leverede lavere afkast end markedsindeks i 1996-1999, havde alle negativt afkast i 2000-2003
- 20 investeringsfonde, som havde 50% højere afkast end markedsindeks i 1996-1999, havde alle negativt afkast i 2000-2003

Store markedsudsving på meget kort tid (→ NEJ)

- Hvilken ny information kan berettige 20% fald på markedsporteføljen på en enkelt dag (okt 1987)?
- Hvordan skal vi forstå bobler, hvis markederne er efficiente?

### Finansiering – opsamling

En vigtig del af virksomhedens finansieringsbeslutning angår valget mellem forskellige låntyper

Et vigtigt kriterium for valg af lån er den effektive rente, som opsummerer alle lånets omkostninger

Men andre kriterier som løbetid, likviditet og fleksibilitet spiller også en rolle

Mange lån er baseret på udstedelse af obligationer

Den effektive rente på obligationsbaserede lån afhænger stærkt af kursen på obligationen

Obligationskurserne falder, når markedsrenten stiger – og stiger når markedsrenten falder

Forventet afkast:

- Teoretisk populationsparametre: Middelværdi,  $E(X) = \sum_{i=1} p_i x_i$
- Empirisk stikprøveækvivalent: Gennemsnitt:  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

Variabilitet / risiko:

- Population:
  - Varians:  $\sigma^2 = \sum_{i=1} (x_i - E(X))^2 p_i$

- Standardafvigelse:  $\sigma = (\sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 p_i)^{\frac{1}{2}}$
- Stikprøve
- Empirisk varians =  $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
- Empirisk standardafvigelse: =  $(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2)^{\frac{1}{2}}$

Samvariation mellem to aktiver:

- Population: Kovarians  $\sigma_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))(y_i - E(Y))p_i$
- Stikprøve: Empirisk kovarians =  $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$

### Porteføljeteori

Porteføljemodellen antager, at investorer kun bekymrer sig om forventet afkast og varians

- Indifferente mellem to forskellige porteføljer med samme forventede afkast og varians
- Dette behøver ikke være tilfældet i praksis

Mængden af efficiente porteføljer → ingen forudsigtelse af, hvilken portefølje blandt disse er optimal

Praktisk problem → Meget stort antal af parametre (mange kovarianser)

Stort potentiale for internationale investeringer, fordi værdipapirer er mindre korrelerede mellem lande end indenfor lande

- I praksis meget færre udenlandske aktier i porteføljer end teorien foreskriver ("home bias" – man ved mere om hvad der foregår i sit eget land og man ved måske ikke nok om f.eks. Nepals økonomi og kan derfor ikke estimere varianserne...)

Vigtige indsigter:

Indsigt 1:

En porteføljes varians kan reduceres, uden at det forventede afkast mindskes, ved at sprede investeringen over flere værdipapirer → diversifikationsprincippet

Indsigt 2:

Diversifikationsgevinsten er større, jo mindre korrelationen mellem værdipapirerne i porteføljen er

Indsigt 3:

Når porteføljen består af mange værdipapirer, afhænger dens varians primært af værdipapirernes indbyrdes kovarians, og ikke af deres individuelle varianser

Indsigt 4:

Ved at tilføje tilstrækkelig mange værdipapirer til porteføljen kan risiko fra individuelle virksomhedsforhold (variansled) elimineres, men risiko fra markedsforhold (kovariansled) kan ikke elimineres

Det risikofri afkast udvider mængden af mulige porteføljer

Alle efficiente porteføljer består nu af en kombination af det risikofri aktiv og markedsporteføljen → kapitalmarkedslinjen

Et værdipapirs bidrag til markedsporteføljens risiko kan udtrykkes ved dets beta

Ved prissætning af enkelte værdipapirer er beta det relevante risikomål → værdipapirmarkedslinjen

Positiv (lineær) sammenhæng mellem forventet afkast og beta → CAPM

Teoretisk velfunderet måde at bestemme værdien af et værdipapir er ved at beregne nutidsværdien af de fremtidige cash-flows, værdipapiret genererer

Dividend Discount Model (DDM) er meget anvendt til værdiansættelse af aktier: Fundamental værdi = nutidsværdien af fremtidige dividender

Som diskonteringsrate anvendes afkastkravet til aktien (=virksomhedens egenkapitalomkostning). Denne afhænger af risikopræmien på aktien (CAPM:  $\beta$ )

DDM-metoden er uafhængige af, om aktier købes med henblik på senere salg

Alternative metoder er baseret på nutidsværdien af fremtidige frie cash-flows

## Strategi

### Mikroøkonomiske Principper

#### Hvad er strategi

Strategi handler om virksomhedens overordnede og langsigtede målsætninger, og om hvordan de nås:

- Skal Lego selv producere legoklodser, eller skal produktionen outsources til producenter i Kina=
- Skal Danske Bank opkøbe Jyske Bank?
- Skal SAS koncentrere sig om flydrift, eller skal de drive hoteller, restauranter og biludlejning?
- Hvordan skal Carlsbergs topchef aflønnes – fast løn? Resultatbestemt løn? Aktieoptioner?

#### Strategi i praksis

- Nike har outsourcet al produktion, salg og distribution og koncentrerer sig udelukkende om design og marketing



- Apple udvikler selv software, designer hardware, laver marketing og sælger produkterne i egne forrentninger
- Mærsk har både shippingforrentning, olie- og gasudvinding – og indtil for nylig også detailhandel (Netto, Bilka)
- Microsoft havde i lang tid kun to produkter: Windows og Office
- Airbus har en global markedsandel på mere end 50% på markedet for passagerfly
- Selv de største og mest profitable modehuse har meget små globale markedsandele

Forskellige succesfulde virksomheder har meget forskellige strategier → Hvorfor?

### Virksomhedens afgrænsning

Hvor mange og hvilke af processerne fra uforarbejdede råvarer til solgt produkt skal virksomheden selv udføre? (Nike vs Apple) → **virksomhedens vertikale afgrænsning**

Hvor stor en del af markedet for et givet produkt skal virksomheden servicere? (Airbus vs modehuse) → **virksomhedens horisontale afgrænsning**

Hvor mange forskellige produkter skal virksomheden producere? (Mærsk vs Microsoft) → **virksomhedens horisontale afgrænsning**

### Virksomhedens organisation

Hvordan sørger man for, at virksomhedens medarbejdere har incitament til

- At yde deres bedste?
- At tage de rigtige beslutninger med hensyn til risiko og andet?

### Omkostningsteori

#### Omkostningsbegreber

Totalomkostningen  $TC(Q)$  angiver de totale omkostninger, en virksomhed har ved at producere mængden  $Q$ , når den producerer så effektivt, som de kan

Gennemsnitsomkostningen  $AC(Q)$  angiver den gennemsnitlige omkostning ved at producere en enhed af varen, når der i alt produceres  $Q$  varer

$$AC(Q) = \frac{TC(Q)}{Q}$$

Marginalomkostningen  $MC(Q)$  angiver omkostningen ved at producere yderligere én enhed af varen, når der i alt produceres  $Q$  varer

$$MC(Q) = \frac{dTC(Q)}{dQ} \approx TC(Q + 1) - TC(Q)$$

#### Omkostningsfunktionernes egenskaber

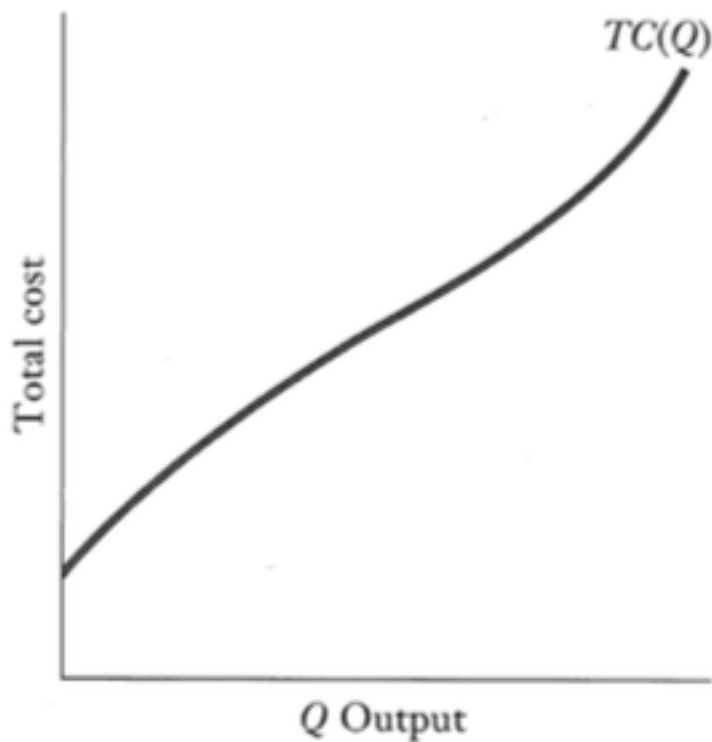
$TC(Q)$  er en voksende funktion af  $Q$  → jo mere der produceres, jo højere omkostninger

$AC(Q)$  og  $MC(Q)$  kan være voksende eller faldende funktioner af  $Q$

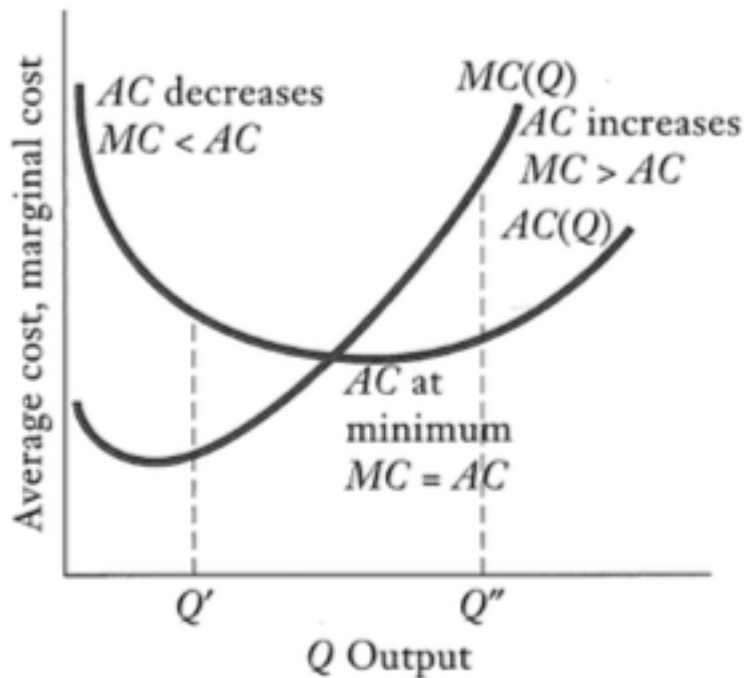
- $AC(Q)$  faldende i  $Q \Leftrightarrow MC(Q)$  mindre end  $AC(Q)$
- $AC(Q)$  voksende i  $Q \Leftrightarrow MC(Q)$  større end  $AC(Q)$

Intuition: tilføjer man et ekstra element, der er større end gennemsnittet, så vokser gennemsnittet – og vice versa

Grafisk: MC-kurven skærer AC-kurven nedefra i dennes minimum



Figur 7 - Illustration: Totale omkostninger



Figur 8 - Illustration: Gennemsnits- og marginalomkostninger

### Faste og variable omkostninger

Hvorfor tegnede vi AC-kurven som en U-form?

Faste omkostninger (FC) → Omkostninger som ikke afhænger af produktionsmængden  
 → når produktionen vokser, deles den faste omkostning ud på flere enheder  
 → gennemsnitsomkostningen falder

Variable omkostninger → omkostninger som afhænger af produktionsmængden  
 → når produktionen vokser, stiger de variable omkostninger per enhed ofte  
 → gennemsnitsomkostningen vokser

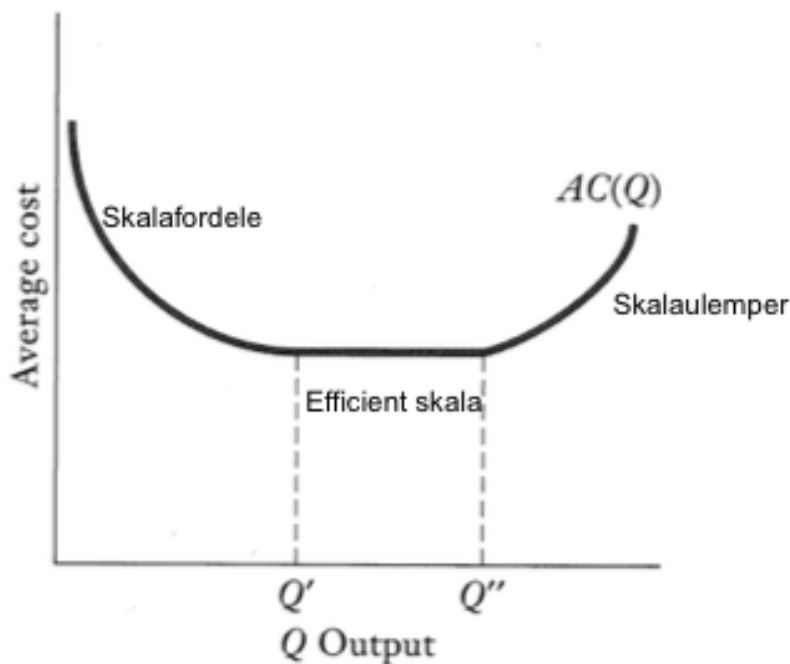
Typisk dominerer den første effekt, når produktionen er lille og den anden effekt når produktionen er stor → AC-kurven er U-formet

### Skalafordele og skalaulemper

Hvordan afhænger gennemsnitsomkostningen af den producerede mængde?

- Skalafordele ("economies of scale") → gennemsnitsomkostningen er en faldende funktion af produktionsniveauet ( $\frac{dAC(Q)}{dq} < 0$ )

- Skalaulemper ("diseconomies of scale") → gennemsnitsomkostningen er en voksende funktion af produktionsniveauet ( $\frac{dAC(Q)}{dQ} > 0$ )
- Efficient skala: det produktionsniveau  $Q$ , som minimerer gennemsnitsomkostningen
- Minimal efficient skala: det laveste mulige produktionsniveau hvor der kan produceres med den laveste gennemsnitsomkostning



### Faste og variable omkostninger

Husk: Faste omkostninger er en meget væsentlig årsag til skalafordele. Men er det altid muligt at skelne klart mellem faste og variable omkostninger?

1. Visse omkostninger er faste over nogle **mængdeintervaller**, men variable over andre
  - Ex: husleje er konstant indtil det punkt, hvor der må lejes nye lokaler
2. Visse omkostninger er faste over nogle **tidsintervaller**, men variable over andre
  - Ex: På kort sigt er luftfartsselskabernes lønudgifter til flymekanikere mv. Faste, men på lang sigt er de variable

### Lang sigt vs kort sigt

På kort sigt er størrelsen af visse produktionsinput låst fast, mens andre kan varieres fx

- Fabrikens størrelse er fast → faste omkostninger (til husleje, renter på lån, ejendomsskat osv)  
→  $TC(0) > 0$
- Udgifter til råvarer, elektricitet, arbejdskraft varierer med den producerede mængde

På langt sigt er alle omkostninger variable

- Over en tilstrækkelig lang tidsperiode kan størrelsen af en fabrik justeres, eller fabrikken kan sælges  
→  $TC(0)=0$

Eksempel.

En virksomhed kan vælge mellem tre størrelser af fabrikker: lille (L), medium (M) eller stor (S).

Ved lille Q →  $SAC_L < SAC_M < SAC_S$

Ved mellem Q →  $SAC_M < SAC_L$  og  $SAC_M < SAC_S$

Ved stort Q →  $SAC_S > SAC_M > SAC_L$

### Sunk costs

I forhold til en given beslutning i virksomheden vil der typisk være

- nogle typer omkostninger, som påvirkes af beslutningen
- andre typer omkostninger, som ikke påvirkes af beslutningen → "sunk costs"

Beslutningen bør kun tage højde for de omkostninger, som faktisk påvirkes

Eks. DSB har investeret ca. 1 mia. Kr. i Rejsekort → DSB køber et nyt system → sunk cost på 1. Mia. Kr.

Slide 20 / 19

### Økonomiske omkostninger vs. Regnskabsmæssige omkostninger

$T(Q)$  måler virksomhedens økonomiske omkostninger. Disse er (i modsætning til regnskabsmæssige omkostninger) givet ved alternativomkostningerne ved virksomhedens aktiviteter.

Eks.

Aflønning af egenkapital udgør ikke en regnskabsmæssig omkostning for virksomheden  
Men ejerne ville have kunnet opnå et positivt forventet afkast ved at investere i andre aktiver  
→ alternativomkostning, som er omfattet af økonomiske omkostninger

### Økonomisk profit vs. Regnskabsmæssigt overskud

På helt tilsvarende vis skelner vi mellem en virksomheds økonomiske profit og dens regnskabsmæssige overskud.

- Regnskabsmæssigt overskud = indtægter - (regnskabsmæssige) omkostninger
- Økonomisk profit = indtægter - økonomiske omkostninger

Det regnskabsmæssige overskud svarer til resultatet på virksomhedens resultatopgørelse

Det økonomiske overskud udtrykker, hvor meget ekstra værdi virksomheden har skabt ved sine aktiviteter i forhold til den bedste alternative anvendelse af de ressourcer, den benytter

### Virksomhedens pris / mængde beslutning

Hvilken pris skal virksomheden sætte på sit produkt, hvis den ønsker at maksimere sin økonomiske profit

- Den optimale pris afhænger af efterspørgslens prisfølsomhed: Hvor meget ændrer salget sig for en given ændring i prisen
- Når virksomheden hæver sin pris
  - Tjener den mere per solgt vare → større overskud
  - Sælger den færre varer (law of demand) → mindre overskud
- Hvis efterspørgslen er meget prisfølsom: sidste effekt er stor → optimalt at sætte en lav pris
- Hvis efterspørgslen er lidt prisfølsom: sidste effekt er lille → optimalt at sætte en høj pris

### Efterspørgselselasticitet

Efterspørgselselasticiteten formaliserer ideen om efterspørgslens prisfølsomhed

Efterspørgselselasticitet: den procentvise stigning i efterspørgslen ved et fald i prisen på en procent

$$\eta = \frac{dQ/Q}{dP/P}$$

Hvis  $\eta < 1$ : efterspørgslen er inelastisk; falder mindre end 1 pct., når prisen stiger med 1 pct.

Hvis  $\eta > 1$ : Efterspørgslen er elastisk; falder mere end 1 pct., når prisen stiger med 1 pct.

### Efterspørgselselasticitet i praksis

Hvornår er efterspørgslen typisk relativt elastisk:

- Homogent produkt med flere udbydere: benzin
- Stor budgetandel: bil

Hvornår er efterspørgslen typisk relativt inelastisk:

- Komplekse produkter hvor sammenligninger er svære: pensionsopsparing
- Produkter som ikke betales direkte af forbrugeren selv: Business class billetter
- Store omkostninger forbundet med produktskift: Apple

Skellen mellem efterspørgselselasticitet på industriniveau og virksomhedsniveau

- Efterspørgslen efter benzin på den enkelte tankstation → Prisfølsom
- Den samlede markedsefterspørgsel efter benzin → ikke særlig prisfølsom

### Omsætningsfunktioner

Totalomsætningen  $TR(Q)$  angiver omsætningen ved et salg på  $Q$  enheder:

$$TR(Q) = P(Q)Q$$

hvor  $P(Q)$  er den inverse efterspørgselsfunktion: ved hvilken pris kan der sælges  $Q$  enheder?

Marginalomsætningen  $MR(Q)$  angiver, hvor meget omsætningen stiger, hvis prisen justeres, så der kan sælges én yderligere enhed

$$MR(Q) = P(Q) + \frac{dP(Q)}{dQ}Q$$

- første led: omsætningsgevinst ved en ekstra solgt enhed
- Andet led: omsætningstab ved at sænke prisen  $\rightarrow MR(Q)$  kan være positiv eller negativ

### Marginalomsætning og efterspørgselselasticitet

Omskriv marginalomsætningen

$$\begin{aligned} MR(Q) &= P(Q) + \frac{dP(Q)}{dQ}Q \\ &= P(Q) \left( 1 + \frac{\frac{dP(Q)}{P(Q)}}{\frac{dQ}{Q}} \right) \\ &= P(Q) \left( 1 - \frac{1}{\eta} \right) \end{aligned}$$

Implikationer:

$$\begin{aligned} MR(Q) > 0 &\Leftrightarrow \eta > 1 \\ MR(Q) < 0 &\Leftrightarrow \eta < 1 \end{aligned}$$

Desuden gælder altid  $MR(Q) \leq P(Q)$

### Optimal prissætning

Grundlæggende antagelse: Virksomhedens mål er at skabe så stort et overskud som muligt  $\rightarrow$  profitmaksimering

Virksomhedens økonomiske profit er givet ved omsætning minus økonomiske omkostninger:

$$TR(Q) - TC(Q)$$

Hvis mængden øges med én ekstra enhed

- ekstra omsætning på  $MR(Q)$
- ekstra omkostning på  $MC(Q)$

Den profitmaksimerende mængde må tilfredsstill

$$MR(Q) = MC(Q)$$

- hvis  $MR(Q) > MC(Q) \rightarrow$  overskuddet kan øges ved  $Q$  op
- hvis  $MR(Q) < MC(Q) \rightarrow$  overskuddet kan øges ved  $Q$  ned

### Fuldkommen konkurrence

Virksomhedernes adfærd er stærkt afhængig af konkurrencesituationen på det marked, de opererer i: er de monopolister, eller er der mange virksomheder, der servicerer markedet under hård konkurrence

- Mange små virksomheder
- Alle producerer præcist det samme produkt
- Virksomheder kan frit åbnes / lukkes uden omkostninger

Fuldkommen konkurrence er en idealist tilstand, som ikke findes i virkeligheden i ren form. Det nærmeste, vi kommer, er måske markedet for fx korn

Markedsligevægten under fuldkommen konkurrence:

- Identiske produkter → i ligevægt må alle virksomheder sætte samme pris → markedsprisen
- Efterspørgselsfunktionen er som sædvanligt faldende i markedsprisen

Markedsligevægten under fuldkommen konkurrence:

- Identiske produkter → i ligevægt må alle virksomheder sætte samme pris → markedsprisen
- Efterspørgselsfunktionen er som sædvanligt faldende i markedsprisen

Hvordan ser efterspørgselskurven ud for den enkelte virksomhed?

Den enkelte (lille) virksomhed står overfor en vandret efterspørgselskurve givet ved markedsprisen (eller under) → alt det salg, den ønsker

Med en vandret efterspørgselskurve en marginalomsætningen lig prisen  $P$ : virksomheden kan nu sælge én ekstra enhed uden at reducere prisen:

$$MR(Q) = P(Q) + \frac{dQ(Q)}{dQ}Q = P$$

Dermed fås, at den profitmaksimerende mængde tilfredsstiller

$MC(Q)$  beskriver virksomhedens udbudskurve: angiver, hvor stor en mængde  $Q$  virksomheden vil være villig til at producere ved en given pris,  $P$

Bemærk: virksomhedens pris-mængde beslutning bestemmes af de variable omkostninger, og ikke af de faste omkostninger (som er sunk costs!)

### Ligevægt

Antag, at alle virksomheder på markedet har samme omkostningsfunktion → sætter alle prisen  $P_0$  og afsætter  $Q_0$ , hvor  $MC(Q_0) = P_0$

Kald antallet af virksomheder for  $N$  → markedsudbud =  $NQ_0$

Hvis  $P_0$  skal være en ligevægt, må markedsefterspørgslen ved  $P_0$  være lig markedsudbuddet  $NQ_0$



Samtidig må  $P_0$  være således, at virksomhedernes profit er præcist nul

- hvis de har overskud  $\rightarrow$  nye virksomheder opstår (N op)  $\rightarrow$  markedsudbud  $>$  markedsefterspørgsel
- Hvis de har underskud  $\rightarrow$  virksomheder lukker (N ned)  $\rightarrow$  markedsudbud  $<$  markedsefterspørgsel

### Ligevægt med fuldkommen konkurrence

Alle virksomheder producerer ved den minimale efficiente skala, hvor AC er minimeret

Alle virksomheder sætter samme pris

Alle virksomheder tjener præcist nul profit

## Stordriftsfordele og samdriftsfordele

En vigtig faktor er produktionens omkostningsstruktur, og i særlig grad omfanget af stordriftsfordele og samdriftsfordele

### Stordriftsfordele

En produktionsproces er forbundet med stordriftsfordele. Hvis gennemsnitsomkostningerne falder, når produktionen øges

$$TC(aQ) < aTC(Q) \text{ for } a > 1$$

### Konsekvenser af stordriftsfordele

Hvis produktionsprocessen er kendetegnet ved meget betydelige stordriftsfordele:

- Minimal efficient skala er stor  $\rightarrow$  omkostningsmæssig gevinst ved stor produktion
- Størrelsen giver konkurrencemæssig fordel  $\rightarrow$  forvent få, men store virksomheder på markedet

Husk karakteristisk af ligevægt under fuldkommen konkurrence: Virksomheder producerer i efficient skala. Hvis stordriftsfordele er betydelige:

- Stor minimal efficient skala  $\rightarrow$  stor produktion pr. virksomhed
- Få virksomheder nok til at tilfredsstille markedsefterspørgslen  $\rightarrow$  relativt stor markedsandel til hver enkelt virksomhed

### Samdriftsfordele

En produktionsproces med to produkter er forbundet med samdriftsfordele, hvis omkostningerne til produktionen af begge produkter er lavere, når begge producerer samtidig end når de produceres hver for sig:

$$TC(Q_X, Q_Y) < TC(0, Q_Y) + TC(Q_X, 0)$$

Bemærk: hvis  $TC(0,0)=0$  kan uligheden omskrives til

$$TC(Q_X, Q_Y) - TC(0, Q_Y) < TC(Q_X, 0) - TC(0,0)$$

Alternativ tolkning: omkostningerne til produktionen af det ene produkt er lavere, når virksomheden samtidig producerer det andet produkt.

Eks. Lufthavn, medicinalindustrien (slides 7-8 / 20)

### Konsekvenser af samdriftsfordele

Samdriftsfordele betyder, at omkostningerne ved at producere til marked Y er lavere, når virksomheden i forvejen producerer til marked X →

- Konkurrencefordel ifht. virksomheder, som kun producerer til marked Y
- Rationale for producenter af X for også at producere til marked Y

Hvis betydelige samdriftsfordele mellem to forskellige markeder (fx to forskellige produkter): forvent at virksomheder vil producere til begge markeder

### Kilder til stordrift- og samdriftsfordele

Produktion

- Faste omkostninger
- Lagerforhold
- Ingeniørtekniske forhold

Ikke-produktion

- Indkøb
- Marketing
- Forskning og udvikling

### Faste omkostninger

Faste omkostninger er en vigtig kilde til skalafordele

Antag, at totale omkostninger består af faste omkostninger ved at starte produktionsprocessen og variable enhedsomkostninger

$$TC(Q) = FC + cQ$$

$$AC(Q) = \frac{FC}{Q} + c$$

Gennemsnitsomkostningerne er faldende i Q, fordi den faste omkostning "spredes ud" på flere enheder

Eksempler på faste omkostninger:

- Investeringer i produktionsanlæg
- Forskning og udvikling af produkter
- Uddannelse og træning af mandskab

### Udelelige produktionsfaktorer ("indivisibilitets")

En vigtig årsag til faste omkostninger er, at visse produktionsfaktorer er udelelige

- Hvis alle produktionsfaktorer var perfekt delelige → produktionen kunne skaleres op og ned med konstante gennemsnitomkostninger
- Man kan opdele én fabrik i ti små fabrikker med samme gennemsnitsomkostninger
- Udeleligheder forekommer typisk ved kapitalinput → mere sandsynligt at have betydelige stordriftsfordele i kapitalintensive end i arbejdsintensive industrier

### Lagerforhold

Lagerudgifter er meget væsentlige udgifter for mange typer af virksomheder:

- Lagerplads
- Kapitalbinding
- Depreciering af lagervarer

Omvendt at lagervarer vigtige for at kunne tilfredsstille efterspørgslen uden ventetid

Stordriftsfordele: større omsætning giver bedre mulighed for effektiv lagerstyring:

- Færre lagervarer i forhold til omsætning → mindre kapitalbinding
- Hurtigere omsætning → mindre depreciering

### Ingeniørtekniske forhold

Eks. En produktionsvirksomhed skal bygge nyt varelager – antag at det har form som en terning:

- Varelagerets kapacitet afhænger dets remfang → rumfang =  $sidel\ddot{a}nge^3$
- Varelagerets pris afhænger af væggenes overflade →  $Overflade = 5 * sidel\ddot{a}ngde^2$
- Prisen per kubikmeters opbevaringsplads falder med størrelsen af varelageret

### Indkøb

Store virksomheder, som har store ordrer, opnår typisk lavere enhedspriser på deres indkøb og dermed lavere produktionsomkostninger

Hvorfor gives der sådanne mængderabatter?

- Sælgeren har faste omkostninger per kunde → en del af besparelsen ved at have få, men store kunder kommer kunderne til gode
- Store købere kan have professionelle indkøbere for at finde billigste udbyder og forhandle prisen ned

Små virksomheder går til tider sammen i indkøbsfællesskaber for at reducere indkøbspriserne

### Andre kilder til stordrifts- og samdriftsfordele

Marketing:

- Stordriftsfordele pga. faste omkostninger ved produktion, som fordeles ud over et større antal nye kunder

- Samdriftsfordele pga. "umbrella branding" - is when a firm uses a brand name for two or more products.<sup>[1]</sup>All products use the same means of identification and have no additional brand names or symbols attached. Umbrella branding does not mean that the whole product portfolio of a firm will fall under one brand name as company can go for different approaches of branding for different product lines

### Kilder til skalaulemper

AC-kurven tegnes oftes som en U-form. Hvad kan begrunde stordriftsulemper ved høje produktionsniveauer?

- Kort sigt: stordriftsulemper kan opstå pga. kapacitetsbegrænsninger i nuværende produktionsanlæg
  - Hvis produktionen er tæt på kapacitetsgrænsen: stigende AC fx pga. øget risiko for overbelastning, nedbrud osv.
  - Løsning på langt sigt: ØG kapaciteten (byg en større fabrik)

Kilder til stordriftsulemper på langt sigt:

- Stigende lønomkostninger
- Knaphed af specialiserende inputs
- Incitaments- og koordinationsproblemer

### Stigende lønomkostninger

Empirisk er der en positiv sammenhæng mellem en virksomheds størrelse og de ansattes lønniveau → trækker i retning af voksende AC

Vigtigt spørgsmål: Hvorfor betaler store virksomheder mere i løn?

- En teori: Folk foretrækker at arbejde i små virksomheder (mere medbestemmelse, hyggeligere?), og store virksomheder må derfor betale mere i løn for at tiltrække ansatte (compensating wage differential)
- I så fald en kausal sammenhæng mellem virksomhedens størrelse og lønomkostninger → stigende variable omkostninger

### Knaphed af specialiserede inputs

Kan man ikke altid "bygge en ny fabrik ved siden af den gamle" – hvor hver af dem har den minimale efficiente skala?

- I så fald er AC-kurven L-formet, snarere end U-formet

I nogle situationer bygger en virksomheds succes på en meget specialiseret produktionsfaktor, som ikke direkte kan kopieres

Eks en restaurant med en ejer der har gode evner for at mindske madspild og finde billige madvarer → en ny restaurant kan ikke samme lave omkostninger da de hyrede kokke her ikke samme evner

### **Incitaments- og koordinationsproblemer**

Store virksomheder kan lide af organisatoriske problemer, som ikke rammer mindre virksomheder i samme grad:

Vanskeligere at aflønne medarbejdere i forhold til deres produktivitet

- Stor afstand mellem ledere og ansatte → imperfekt overvågning
- Mere komplekse arbejdsprocesser → medarbejderne har ikke de optimale incitament

Vanskeligere at koordinere med andre dele af organisationen

- Forskellige afdelinger udfører den samme opgave
- Forskellige afdelinger modarbejder direkte hinanden

Sådanne problemer kan medføre stigende variable omkostninger og dermed føre til skalaulempen

### **Læringskurven**

Virksomheder optimerer med tiden deres produktionsproces og opnår lavere omkostninger → læringskurve

For mange typer virksomhedsdata finder man, at enhedsomkostningerne ændrer sig med en fast faktor hver gang den akkumulerede produktion fordobles.

Typisk finder man at den faste faktor er omkring 0,8...

Bemærk forskellen til stordriftsfordele, idet der her produceres på den samme skala hvert år, men omkostningerne falder over tid

Læring i store organisationer

Vigtigt spørgsmål: hvordan sikres den bedste og hurtigste læring i en stor organisation?

- Alle beholder samme plads i organisationen?
- Rotation indenfor organisationen?

Trade-off mellem organisationsmæssigt hukommelse vs innovation / eksperimenteren

### **Incitaments- og koordinationsproblemer**

Incitaments- og koordinationsproblemer er væsentlige for alle virksomheder, hvor der ikke er fuldkommen sammenfald mellem ejerskab og kontrol. Kan føre til mindre effektiv produktion og dermed højere omkostninger

Men især relevante for store virksomheder:

- Større afstand mellem den enkelte ansatte og ledelsen/ ejerne
- Komplekse produktionsprocesser og arbejdsgange

- Den enkelte aktionær ejer typisk kun en lille del af virksomheden → begrænset information og indflydelse

Incitaments- og koordinationsproblemer er derfor en potentiel kilde til skalaulemper

### Principal-agent-relationer

En principal-agent-relation opstår, når en person (agenten) skal gøre noget eller bestemme noget på vegne af en anden person (principalen), som påvirker denne persons velfærd

- Direktøren (agent) driver virksomheden på vegne af aktionærene (principaler) → direktørens beslutninger påvirker virksomhedens overskud og dermed aktionærernes afkast
- Underleverandør (agenter) producerer produktionsinput på vegne af producenten (principal) → kvaliteten påvirker producentens overskud

### Principal-agent-problemer

Når principal-agent relationer giver anledning til uønsket adfærd hos agenten, taler vi om principal-agent-problemer

Principal-agent-problemer opstår, når to betingelser er opfyldt:

1. Interessekonflikt mellem agenten og principalen
2. Asymmetrisk information: Principalen er ikke fuldt informeret om agentens egenskaber eller handlinger

Hvis agenten og principalen har præcis samme interesser, eller principalen ved præcist det samme som agenten, er der ikke noget principal-agent-problem

Eks. Principal-agent-problem i et aktieselskab (slide 7 / 21)

### Hvordan kan man begrænse principal-agent problemet?

- Gør det obligatorisk at direktøren har aktier i firmaet og dermed vil direktøren have incitament til at følge investorerne
- Overvågning af arbejderne
- Indfører en bestyrelse → de skal holde øje med ledelsen og sørge for at de overholder det som investorerne også vil
- Indre motivation → øget produktion
- Man kan indskrænke mulighederne for de ansattes brug af facebook, private mails etc.

### Model for incitament baseret aflønning

Virksomhed (principal) hyrer en enkelt ansat (agent) til at sælge sit produkt → jo mere salgsarbejde, jo større er salget

Lad  $e$  være et mål for mængden af effektivt salgsarbejde, og antag at salget stiger med 100 kr, når  $e$  vokser med en enhed

Antag, at salgsarbejde udover et vist niveau gør sælgeren træt  $\rightarrow$  personlige omkostning  $c(e)$ :

$$c(e) = \begin{cases} 0 & \text{hvis } e \leq 40 \\ 0,5(e - 40)^2 & \text{hvis } e > 40 \end{cases} \text{ – stigende marginal omkostninger}$$

### Resultat uden incitamentbaseret aflønning

Antag, at sælgeren får en fast løn på 1000 kr.,  $w(e)=1000$

- Sælgeren maksimerer

$$U = 1000 - c(e)$$

- Førsteordensbetingelse

$$\frac{dU}{de} = 0 \Leftrightarrow c'(e) = 0$$

- $e=40$  er én løsning (af flere) – ingen værdier  $e>40$  er løsninger
- Intuition: intet incitament til at yde indsats udover  $e=40$
- Virksomheden får profit på 3.000 og sælgeren får nytte  $U=1000$

Introducer incitamenter – fast del

Antag: at sælgeren får en fast løn på 1000 + 10% af det salg, han generer:

$$w(e)=1000+0,1*100e=1000+10e$$

Sælgeren maksimerer

$$U = 1000 + 10e - c(e)$$

Førsteordensbetingelse:

$$\frac{dU}{de} = 0 \Leftrightarrow 10 - c'(e) = 0$$

Unik løsning

$$e = 50$$

Virksomhedens salg bliver 5.000, sælgerens løn bliver  $w=1500$

Intuition: sælger øger salgsarbejdet, indtil den marginale gevinst i form af ekstra løn er lig den marginale omkostning i form af ekstra anstrengelse

Virksomheden får profit på  $5000-1500=3500$

Sælgeren får nytte:  $U = 1500 - 0,5(50 - 40)^2 = 1450$

Begge parter er bedre stillet end under fast løn

Fine-tuning af lønkontrakten – fast del

Sælgeren får langt højere nytte end under fast løn (1450 vs 1000)

Antag, at sælgeren altid kan få et andet job med 1000 i fast løn  $\rightarrow$  kontrakten må give sælgeren mindst  $U=1000$ , for at han ikke skifter job.

Betragt en kontrakt, som giver sælgeren en løn på  $900 + 10\%$  af det salg, han genererer

Sælgeren maksimerer

$$U = 900 + 10e - c(e)$$

Førsteordensbetingelse:

$$\frac{dU}{de} = 0 \Leftrightarrow 10 - c'(e) = 0$$

samme løsning som før

$$e = 50$$

Intuition: den faste del af aflønningen påvirker ikke valget af  $e \rightarrow$  denne er kun bestemt af marginale gevinster og omkostninger

Virksomheden får profit på  $5000 - 900 - 500 = 3600$

Sælgeren får nytte  $U = 900 + 500 - 0,5(50 - 40)^2 = 1350$

Ved at reducere den faste aflønning med 100 øges profitten med 100 på bekostning af sælgerens nytte, som falder med 100

Sælgeren får imidlertid stadig højere nytte, end han ville få i et alternativt job med fast løn, og vælger derfor at blive i virksomheden

#### *Fine-tuning af lønkontrakten – variabel del*

Kan virksomheden øge sin profit ved at give sælgeren endnu større incitament til at yde en indsats

- antag at sælgeren får en fast løn på  $X + 20\%$  af det salg, han genererer
- Sælgeren maksimerer

$$U = X + 20e - c(e)$$

- Førsteordensbetingelse:

$$\frac{dU}{de} = 0 \Leftrightarrow 20 - c'(e) = 0$$

- Unik løsning

$$e = 60$$

Hvor meget kan virksomheden nu reducere den faste del af lønnen?

- sælgerens nytter er givet ved:

$$U(X) = X + 0,2 * 6000 - 0,5(60 - 40)^2 \geq 1000 \\ \rightarrow X \geq 0$$

- Sælgeren vælger altså at blive i virksomheden, selvom der ingen fast løn er  $\rightarrow X = 0$



- Virksomhedens profit =  $6000 - 0,2 * 6000 = 4800$
- Sælgerens nytte:  $0,2 * 6000 - 0,5(60 - 40)^2 = 1000$
- Virksomheden kan altså øge sin profit ved at
  - Øge sælgerens incitament til at yde en indsats
  - Reducere den faste løn så meget, at sælgeren netop vælger at blive i virksomheden

### Optimal kontrakt

Hvilken type kontrakt maksimerer virksomhedens profit?

- den variable del af lønnen sættes sådan, at sælgerens løn varierer én til én salget
- Den faste del af lønnen sættes så lavt (negativt), at sælgeren netop her  $U = 1000$

### Intuition

Den samlede værdi skabt i virksomheden er lig salgsindtægter minus sælgerens omkostninger ved salgsarbejdet

Denne værdi maksimeres, når den marginale salgsgevinst ved øget salg, er hans personlige gevinst ved øget salgsarbejde mindre end den samlede gevinst ved øget arbejde → manglende incitament til arbejde, interessekonflikt

Så længe sælgeren kun beholder en del af indtægterne fra øget salg, er hans personlige gevinst ved øget salgsarbejde mindre end den samlede gevinst ved øget arbejde → manglende incitament til arbejde, interessekonflikt

Ved 100% provision: ingen interessekonflikt mellem sælger og virksomhedsejer, sælger vælger optimal arbejdsindsats

Størrelsen af fast løn bestemmer, hvordan den samlede genererede værdi fordeles mellem sælger og ejere

Ejerne af virksomheden sikrer størst muligt andel til sig selv ved at sætte fast løn nøjagtigt så lavt, at sælgeren får  $U=1000$

Denne type kontrakt bruges ofte, hvor problemer med asymmetrisk information er store

### Problemer med modellens antagelser

1. sælgeren har perfekt kontrol over salget → ingen risiko
  - I praksis er der betydelig usikkerhed
  - Risikoaverse sælgere foretrækker nytte på 1000 med sikkerhed fremfor forventet nytte op 1000 under usikkerhed
  - Jo mindre del af lønnen af fast, jo mere må virksomheden kompensere for usikkerheden
2. Sælgeren har en enkelt funktion med let måleligt output
  - I praksis arbejdes ofte i grupper eller i kæder, hvor den enes effektivitet er afhængig af andres inputs

### 3. Sælgeren arbejder alene

- I praksis arbejdes ofte i grupper eller i kæder, hvor den ens effektivitet er afhængig af andres inputs

## Koordination

Store virksomheder er komplicerede organisationer med mange afdelinger og medarbejdere

Hvordan sikrer man, at hver afdeling gør, hvad der er i virksomhedens interesse?

- Incitamentsproblemer – fx  
Chefer for Netto aflønnes i forhold til Nettos overskud  
Det kan være profitabelt for Netto at lægge en ny butik tæt på en eksisterende Føtex  
Men måske falder det samlede overskud hos Dansk Supermarked
- Informationsproblemer – fx  
Vanskeligt/ umuligt for en enkelt beslutningstager at kende til alle detaljer i alle dele af en stor organisation

## Centralisering vs decentralisering

Centralisering:

- Beslutninger tages af den øverste ledelse
- Imødekommer incitamentsproblemer → der kan tages højde for Netto forrentningens effekt på Føtex overskud
- Forværrer informationsproblemer → topledelsen i Dansk Supermarked har mindre kendskab til Nettos forrentninger end Netto egen chef

Decentralisering:

- Beslutninger tages på lavere niveauer
- Forværrer incitamentsproblemer → chefer for Netto og Føtex har ikke incitament til at koordinere men går måske i priskrig
- Imødekommer informationsproblemet → Afdelingschefen skal kun kende sin egen afdeling og ikke hele koncernen

## Virksomhedens vertikale afgrænsning

Vertikal afgrænsning: skal virksomheden købe eller producere selv (make or buy)

Argumenter for at købe bl.a. udnyttelse af stor- og samdriftsfordele

Argumenter for at producere selv bl.a. hold-up-problemet (og at man selv kan designe sine varer)

Under hvilke omstændigheder er argumenterne for at købe stærkere end argumenterne for argumenterne for at producere selv?

- Teknisk efficiens vs organisatorisk efficiens
- Betydningen af stordriftsfordele, relations specifikke aktiver og virksomhedsstørrelse

## Købe eller producere selv?

### Argumenter for at købe

- Stordrift og læring
- Agentproblemer
- Indflydelsesomkostninger

### Stordrift, specialisering og læring

En ekstern producent kan opnå stordrifts-, specialiserings-, og læringsgevinster, som ikke kan opnås ved intern produktion i virksomheden

Ex en bilproducent med årligt salg på  $A'$  ( $A$  – produktionsniveauet) biler kan vælge at producere ABS-bremser selv eller købe dem af en underleverandør

- Antag at den minimale efficiente skala i produktionen af ABS-bremser er  $A^* > A'$
- Antag at underleverandør kan sælge ABS-bremser til flere forskellige bilproducenter
  - Gennemsnitsomkostninger ved egen produktion  $AC(A')$
  - Gennemsnitsomkostninger hos underleverandør end at producere selv
- Hvis markedet for ABS-bremser er tilstrækkelig kompetitivt ( $p \rightarrow AC(A^*)$ ), er det billigere at købe hos underleverandør end at producere selv

### Agentproblemer

Markedet har disciplinerende effekt  $\rightarrow$  virksomheder, som producerer ved  $AC > p$ , drives ud af markedet

Denne effekt findes ikke indenfor virksomheden

- Ledelsen kan være uvillig til at lukke inefficente afdelinger
- Svært at identificere inefficente afdelinger

Virksomheden overlever, fordi andre afdelinger er tilstrækkelig produktive til at holde  $AC \leq p \rightarrow$  markedsmekanismen virker ikke

Det faktum, at inefficente afdelinger ikke lukkes, kan bidrage til at gøre ellers efficient afdelinger inefficente

### Indflydelsesomkostninger

Topledelsen allokerer virksomhedens ressourcer mellem afdelinger: "virksomhedens interne kapitalmarked"

Afdelingschefer kan forsøge at påvirke topledelsens beslutning

- Spild af ressourcer
- Misallokering af kapital

### Argumenter for at producere selv:

Privat information

Koordination

Transaktionsomkostninger, herunder hold-up problemet

#### Privat information

Virksomheden bruger ofte "privat" viden og information i produktionsprocessen, som giver dem en konkurrencefordel

Hvis produktionen lægges ud til underleverandører, er der risiko for at denne information lækkes

Den private information kan søges beskyttet af patenter eller kontrakter – men sjældent perfekt beskyttelse

- Kontrakten / patentet er ufuldstændig
- Manglende håndhævelse af intellektuelle rettigheder
- Manglende regler for beskyttelse af intellektuelle rettigheder

En af de vigtigste knaster i WTO-forhandlinger om handelsliberaliseringer er beskyttelse af intellektuelle rettigheder

#### Koordination

Virksomheder er i mange tilfælde dybt afhængige af tæt koordination af forskellige aktiviteter

- Soltage skal passe præcist med hullet i taget af selve bilen
- Farven på knapper skal passe præcist med farven på skjorten
- Den nye model af sommersko skal være produceret og klar, når sommerkataloget udkommer
- Metrotunnellen skal være gravet, før der lægges skinner

Når koordinationssvigt er meget dyrt, er virksomheder mindre tilbøjelige til at bruge underleverandører

Kontrakter kan i nogen grad bruges til at sikre koordination (bøder og bonus) – men de er ufuldstændige

#### Hold – up problemet

Betragt en gensidigt fordelagtig transaktion mellem to uafhængige virksomheder A og B

- Antag, at transaktionen kræver at A investerer i relations specifikke aktiver: aktivets værdi er afhængig af, at den specifikke transaktion gennemføres
- Når A har investeret i det relations specifikke aktiv, har B incitament til at kræve kontrakten genforhandlet ("hold-up")
- A har dårlig forhandlingsposition:
  - Omkostningerne til investeringen er allerede afholdt: sunk cost
  - Investeringen var relations specifik: kan ikke bruges i andre transaktioner uden markant tab
  - Derfor vigtigt for A, at aftalen ikke går i vasken → villig til genforhandling
- Hvis A forudser Bs incitament til at kræve genforhandling, bliver aftalen måske aldrig til noget!

### *Konsekvenser af hold-up problemet*

Større direkte transaktionsomkostninger

- Mere detaljerede kontrakter for at imødekomme hold-up
- Flere genforhandlinger

Mistro og dårligt samarbejds klima

Investeringer med mindre relations specifik del

- Underleverandøren køber maskine, som også kan lave BMW-bremser – på trods af højere AC

Gensidigt fordelagtige aftaler bliver måske slet ikke til noget

### *Forebyggelse af hold-up problemet*

Gentagen interaktion

- Antag, at de to virksomheder kan gentage den gensidigt fordelagtige transaktion mange år frem i tiden
- Udsigten til, at også fremtidige transaktioner går i vasken kan afholde audi fra at genforhandle

Begge parter har relations specifikke investeringer

- Hvis audi designer bilen, således at kun underleverandørens bremser passer, er det ikke troværdigt, at audi vil opsiges kontrakten

Joint ventures → halvvejs mellem marked og egenproduktion

Vertikal integration: Den ene virksomhed opkøber den anden eller starter selv egen produktion internt i virksomheden

### **Kontrakter**

Markedstransaktioner reguleres af kontrakter, som specificerer parternes rettigheder og pligter under forskellige omstændigheder

- Der er direkte omkostninger forbundet med at forhandle og nedskrive kontrakter → advokatsalærer og bureaukrati
- Ingen kontrakt kan tage højde for alle eventualiteter og detaljer → kontrakter er altid i større eller mindre grad ufuldstændige → usikkerhed

Ex Nomas svampeleverandør

### Hvorfor ikke fuldstændige kontrakter

Begrænset rationalitet → umuligt at forestille sig alle mulige hændelser ("meteor-nedfald" meget usandsynligt)

Vanskeligheder ved at definere eller måle ydelsen (hvor hvid er "hvid"?)

Asymmetrisk information – kun parterne selv (eller en af dem) ved faktisk om aftalen er overholdt ("frisk" afhænger af plukketidspunkt som kun leverandøren kender)

### Opsummering: Make vs buy

Skal en virksomhed udføre en given opgave i værdikæden selv ("make") eller købe sig til det på markedet ("buy")?

Argumenter for markedsbaseret løsning:

- Bedre udnyttelse af skalafordele og læring hos ekstern leverandør
- Undgå incitamentsproblemer og indflydelsesomkostninger

Argumenter for vertikalt integreret løsning:

- Beskyt privat information
- Undgå koordinationssvigt med ekstern leverandør
- Undgå transaktionsomkostninger, fx pga. hold-up problemet

Men hvornår skal man så gøre hvad? Og hvordan afhænger svaret af:

- Typen af opgave, der skal udføres?
- Virksomhedens egne karakteristika?

### Teknisk efficiens vs. Organisatorisk efficiens

Ved sammenligning af to organisationsformer skelnes mellem:

- Teknisk efficiens: teknologien med de laveste produktionsomkostninger anvendes
- Organisatorisk efficiens ("agency efficiency"): transaktionsomkostninger, agency-omkostninger, indflydelsesomkostninger minimeres

Oliver Williamson (NP 09): "Den optimale grad af vertikal integration minimerer summen af teknisk og organisatorisk inefficiens

Lidt notation:

- $\Delta T$  - den tekniske omkostningsfordel ved markedsløsninger
- $\Delta A$  - den organisatoriske omkostningsfordel ved markedsløsninger

$\Delta C = \Delta T + \Delta A$  - den samlede omkostningsfordel ved markedsløsninger

Typisk gælder:

- Markedsløsninger er mindst ligeså teknisk efficiente som integrerede løsninger (en underleverandør kan altid kopiere den teknologi, virksomheden selv ville have brugt)  $\rightarrow \Delta T > 0$
- Markedsløsninger kan være mere eller mindre organisatorisk efficiente end integrerede løsninger (transaktionsomkostninger vs. Agency- og indflydelsesomkostninger)  $\rightarrow \Delta A \geq < 0$
- Den samlede omkostningsfordel ved markedsløsninger kan derfor være både positiv og negativ  $\Delta C \geq < 0$

### Hvad bestemmer den optimale organisationsform?

En virksomhed har brug for at få udført en bestemt opgave (udvikling af nyt produkt, produktion af inputfaktor, distribution, marketing). Under hvilke omsætningsforhold er det bedste at udføre funktionen selv, og hvornår er det bedst at købe sig til det på markedet?

Tre afgørende faktorer, der påvirker  $\Delta T$  og  $\Delta A$ :

1. Opgavens "specificitet" (hvor specialiseret er den funktion der skal udføres? Kræver udførelsen relations specifikke investeringer?)
2. Stordriftsfordele i produktionsteknologien
3. Virksomhedens markedsandel

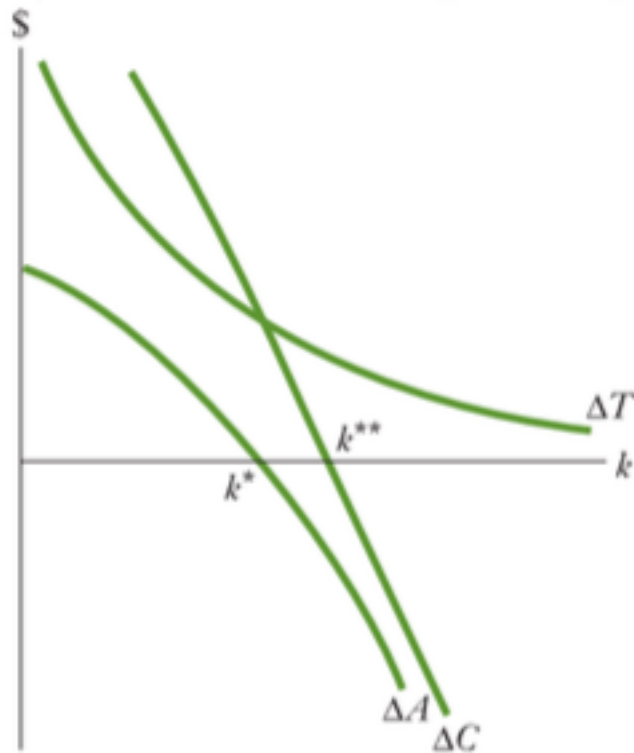
$\Delta T$  er alt andet lige større, når

- Opgaven er mindre specifik  $\rightarrow$  underleverandøren kan bedre udnytte givne stordriftsfordele
- Der er stordriftsfordele i den teknologi, som bruges til udførelse af opgaven  $\rightarrow$  underleverandøren kan bedre udnytte disse ved at producere til flere aftagere
- Virksomhedens markedsandel er lille  $\rightarrow$  integrerede løsninger kan ikke udnytte stordriftsfordele "in-house" i samme grad som ekstern underleverandør, som kan servicere hele markedet

$\Delta A$  er alt andet lige større, når

- Opgaven er mindre specifik  $\rightarrow$  mindre risiko for hold-up

### Omkostningsefficiens og specificitet:



Nu længere op af "k" – 1. Aksen, vi kommer jo mere specificeret bliver opgaven.

## Diversifikation og konglomerater

Horisontal afgrænsning

- Hvilke (beslægtede) produkter skal virksomheden producere?
- Og hvor meget skal den producere af dem ?

Vertikal afgrænsning:

- Hvilke dele af værdikæden skal virksomheden dække?
- Vigtige faktorer; stordrifts- og samdriftsfordele, agentproblemer, transaktionsomkostninger

Hvorfor observerer vi virksomheder, som dækker mange helt ubeslægtede forrentningsområder (konglomerater)?

- Er en sådan diversifikation i ejernes interesse? (Efficiens-argument)
- Er den i direktørens interesse? (principal-agent-argument)

## Hvordan bliver et konglomerat til ?

Konglomerater opstår ofte som følge af sammenlægninger eller opkøb ("mergers and acquisitions")

Ex. General Electric (slide 3 / 23)



## Efficiensbaserede argumenter

Stordrifts- og samdriftsfordele

Interne kapitalmarkeder

Risikospredning for investorerne

### Stordrifts- og samdriftsfordele

Kan eksistensen af konglomerater forklares med omkostningsfordele relateret til stordrift og samdrift?

Konglomerater producerer typisk varer, som hverken har teknologi eller kundegrupper til fælles → hvor kommer synergien fra?

Muligt svar: Virksomheden kan have underudnyttede organisatoriske eller ledelsesmæssige ressourcer → konkurrencefordel på mange ikke-relaterede forrentningsområder

- Direktøren er et ledelsesmæssigt geni
- En sofistikeret finansiel struktur reducerer kapitalomkostningerne

Kritik:

- Er der virkelig tale om helt generelle ressourcer?
- Måske har direktøren tendens til selvovervurdering

### Interne kapitalmarkeder

Antag at et konglomerat har  $N$  afdelinger – hver afdeling har et investeringsprojekt med afkast  $R_n$  og cash-flow på  $\pi_n$

Antag at der kan lånes og udlånes til renten  $\bar{R}$  på det eksterne kapitalmarked

Topledelsen bør allokere kapital til afdelinger med investeringsprojekter hvor  $R_n \geq \bar{R}$

→ det interne kapitalmarked tager ressourcer fra afdelinger med stort  $\pi_n$  og lille  $R_n$  og giver dem til afdelinger med lille  $\pi_n$  og stort  $R_n$

- Hvis det samlede cash-flow er for lille til at finansiere alle projekter med  $R_n \geq \bar{R}$  → lånefinansiering
- Hvis det samlede cash-flow er for stort til at finansiere alle projekter med  $R_n \geq \bar{R}$  → invester eksternt

Kunne det eksterne kapitalmarked ikke opnå præcis det samme hvis afdelingerne var uafhængige virksomheder?

- ikke nødvendigvis, hvis der er asymmetrisk information (kun virksomheden selv kender  $R_n$ )

→ Potentiale for effizienzforbedring via interne kapitalmarkeder

- Men bekymring for, at interne kapitalmarkeder faktisk er værre end eksterne kapitalmarkeder pga. agentproblemer i virksomheden (indflydelsesomkostninger)

### Risikospredning for investorer

Vi ved fra porteføljeteorien, at diversifikation reducerer den samlede porteføljerisiko

Er der et diversifikationsargument for at slå en paraplyproducent og en solbrilleproducent sammen i et konglomerat?

- Når begge dele går under "emnet" solbeskyttelse kunne det være en god ide at slå dem sammen

Konglomeratets samlede indtjening vil svinge mindre med vejrforholdene end indtjeningen i hver af de to afdelinger

Men diversifikationen kan ligeså godt foregå på investorniveau

→ den enkelte investor kan opnå samme reduktion i risiko ved at købe aktier i uafhængige paraply- og solbrillevirksomheder

### Efficiensbaserede argumenter: opsummering

De efficiensbaserede argumenter for konglomerater er ikke specielt overbevisende

Derudover kan der være flere argumenter imod konglomerater

- Indflydelsesomkostninger
- Inefficiente interne kapitalmarkeder

Dannelsen af konglomerater kan skyldes, at det gavner direktøren – som typisk tager beslutninger om opkøb – snarere end aktionærene

### Principal-agent –baserede argumenter

Husk den typiske adskillelse mellem ejerskab og kontrol i store virksomheder → direktøren bestemmer på vegne af aktionærene

Hvilken egeninteresse kunne en direktør have i at øge virksomhedens størrelse gennem opkøb?

- Prestige
- Højere løn
- Lavere risiko for firing og tab på aktieoptioner

Principal-agent problemet igen → hvordan undgår ejere at direktøren kaster sig ud i inefficent "empiriebygning"

### Markedet for kontrol

En vigtig begrænsning på direktørers mulighed for at bygge inefficente empirier er markedet for kontrol

Antag at virksomhed A har købt virksomhed B, for at direktøren kan opnå prestige – på trods af organisatorisk inefficens

→ værdien af A+B < Værdien af A + værdien af B

En stor investor kan købe hele A+B, splitte dem op igen og sælge dem med overskud

Dette er præcis, hvad kapitalfonde i mange tilfælde har gjort

Bare truslen om en fjendtlig overtagelse er disciplinerende

### Empiriske studier af konglomerater

Valuation studies: sammenlign markedsværdien af konglomerat A+B med markedsværdien af to uafhængige virksomheder, C og D, som ligner A og B (branche, aktiver, passiver etc.)

- Værdi af A+B < værdi af C + værdi af D
- Er det fordi, sammenlægninger faktisk fjerner værdi?
- Eller fordi virksomheder, som i forvejen har lav markedsværdi, vælger at slå sig sammen?

Event studies: hvad sker der med markedsværdien af aktier i A og B, når A byder på B

- Aktier i A falder
- Aktier i B stiger mere end aktierne i A falder → overførsel af værdi fra aktionærer i A til aktionærer i B, men samlet set værdistigning
- Aktier i A klarer sig bedre, når B er i samme branche → sammenlægning i egentlige konglomerater skaber ikke værdi

### Incitamenter i virksomheden

Problemer med præstationsbaseret aflønning pga.

- Usikkerhed
- Kompleks jobbeskrivelse

→ Valg mellem forskellige præsentationsbaserede kontrakter

- alternativer til præsentationsbaseret aflønning

### Incitamentsbaseret aflønning under sikkerhed

Den optimale kontrakt giver sælgeren 100% af indtægterne fra salget. Konsekvens:

- Sælgeren bærer alle omkostningerne ved ekstra salgsindsats og får alle gevinsterne af ekstra indsats

→ Vælger den salgsindsats, som maksimerer den skabte værdi (hurra?!)

Holder dette resultat under usikkerhed – altså hvis salg ikke følger mekanisk af salgsindsats ?

- Nej: Usikkerhed → risiko for sælgeren → risikopræmie i lønkontrakten → højere lønomkostninger for virksomheden
- Vi gennemgår dette argument mere formelt – men først en byggekloks: den sikre ækvivalent ("certainty equivalent")

### Den sikre ækvivalent

Eksempel:

Hvordan sammenligner vi to lotterier med hinanden?

1. 9 kr med sandsynlighed  $\frac{1}{2}$  og 11 kr. med sandsynlighed  $\frac{1}{2}$
2. 6 kr. med sandsynlighed  $\frac{1}{3}$ , 9 kr med sandsynlighed  $\frac{1}{3}$  og 18 kr. med sandsynlighed  $\frac{1}{3}$

Oversæt hvert lotteri til en sikker ækvivalent og sammenlign disse

1. Jeg er indifferent mellem lotteri 1 og sikker betaling på 9,80 kr.
2. Jeg er indifferent mellem lotteri 2 og sikker betaling på 9,50

Dermed → jeg foretrækker 1 fremfor 2

Forskel mellem forventet værdi og det sikre ækvivalent er risikopræmien fx 0,20 for (1) og 1,50 for (2)

For et givet risikoavers individ er den sikre ækvivalent voksende i lotteriets forventede værdi og faldende i dets varians

### Salgskontrakt med usikkerhed

Betragt igen model med en virksomhed, som ansætter en sælger:

- personlig omkostning ved indsats:  $0,5(e - 40)^2$  for  $e > 40$
- Alternativt risikofrit job med løn 1000 kr og  $e \leq 40$

Antag nu at salget er delvist bestemt af tilfældige stød  $\tilde{\varepsilon}$  :

$$Salg = B * e + \tilde{\varepsilon}$$

Hvor  $\tilde{\varepsilon}$  er en stokastisk variabel med  $E(\tilde{\varepsilon}) = 0$  og  $Var(\tilde{\varepsilon}) = \sigma^2$

Fortolkning: for given indsats er salget i nogle perioder højt (solskin, højkonjunktur etc) og i andre perioder lavt (regnvejr, lavkonjunktur, biluheld etc)

Antag, at sælgeren er risikoavers  $\rightarrow$  den sikre ækvivalent af en given lønpakke er givet ved  

$$E(w) - 0,5\rho Var(w)$$

altså forventede løn minus risikopræmie

### Modellens tidslinje

Modellen har nu følgende fire skridt:

1. Virksomheden vælger en kontrakt (fuldstændig eller ikke fuldstændig)
2. Sælgeren vælger om han tager jobbet
3. Sælgeren vælger sin indsats  $e$  (givet at han har taget jobbet)
4. Usikkerheden  $\tilde{\varepsilon}$  realiseres, salget finde sted, og lønnen udbetales

Standard løsningsmetode: "baglæns induktion"

### #4 Usikkerheden udløses, lønnen udbetales

Hvad bliver lønnen, givet at

- virksomheden har tilbudt en kontrakt med fast løn  $F$  og provisionssats  $\alpha$
- Sælgeren har accepteret dette tilbud
- Sælgeren har valgt en bestemt arbejdsindsats  $e$

Salget bliver:

$$salg = Be + \tilde{\varepsilon}$$

Og lønnen bliver dermed

$$w = F + \alpha salg = F + \alpha(Be + \tilde{\varepsilon})$$

### #3 Optimal indsats

Hvilken indsats  $e$  skal sælgeren vælge, givet at han tager jobbet i virksomheden, og at lønnen bliver som angivet på forrige slide?

- Sælgeren vælger det  $e$ , der maksimerer værdien af lønpakken – hvad er værdien af lønpakken?
- Lønnen bliver altså  $w = F + \alpha(Be + \tilde{\varepsilon})$
- Brug regneregler for stokastiske variable:

$$E(løn) = F + \alpha Be$$

$$Var(løn) = \alpha^2 \sigma^2$$

- Værdi af lønpakke målt ved den sikre ækvivalent:

$$F + \alpha Be - 0,5\rho\alpha^2\sigma^2 - 0,5(e - 40)^2$$

altså fast løn + provision – risikopræmie – omkostninger

Sælgeren vælger altså det  $e$ , som maksimerer værdien af lønpakken:

$$F + \alpha Be - 0,5\rho\alpha^2\sigma^2 - 0,5(e - 40)^2$$

- Førsteordensbetingelse:

$$\alpha B - (e - 40) = 0$$

- Optimal indsats:

$$e^* = \alpha B + 40$$

- Som før: sælgerens valg af indsats afhænger kun af provisionssatsen. Hvis  $B=100$  (som sidst):
  - $\alpha = 0\% \rightarrow e^* = 40$
  - $\alpha = 10\% \rightarrow e^* = 50$
  - $\alpha = 100\% \rightarrow e^* = 140$

## #2 valg af job

Vil sælgeren tage jobbet, givet størrelserne af  $F$  og  $\alpha$ ?

Indsæt udtrykket for det optimale valg af indsats ( $e^* = \alpha B + 40$ ) i udtrykket for værdien af salgskontrakten

$$F + 0,5\alpha^2 B^2 + 40\alpha B - 0,5\rho\alpha^2\sigma^2$$

Dette er den højeste værdi, sælgeren kan opnå, givet at kontrakten specificerer en fast løn  $F$  og provisionssats  $\alpha$

Sælgeren tager jobbet, hvis denne værdi er større end 1000, som er værdien af det bedste alternative job

Sælgeren tager altså jobbet hvis

$$F \geq 1000 - 0,5B^2\alpha^2 - 40\alpha B + 0,5\alpha^2\sigma^2$$

## # 1 Optimal kontrakt

Hvad er den optimale kontrakt fra virksomhedens synspunkt?

Virksomheden vælger  $\alpha$  og  $F$ , således at det forventede salg minus lønudgifter maksimeres

Maksimer

$$Be - F - \alpha Be$$

under bibetingelsen

$$F = 1000 - 0,5\alpha^2 B^2 - 40\alpha B + 0,5\rho\alpha^2\sigma^2$$

$$e = \alpha B + 40$$

Indsæt  $F$  og  $e$  og reducer – vi ønsker at vælge det  $\alpha$ , som maksimerer:

$$40B - 1000 + \alpha B^2 - 0,5\alpha^2 B^2 - 0,5\rho\alpha^2\sigma^2$$

Maksimer  $40B - 1000 + \alpha B^2 - 0,5\alpha^2 B^2 - 0,5\rho\alpha^2\sigma^2$

Førsteordensbetingelse:

$$B^2 = B^2\alpha + \rho\sigma^2\alpha \rightarrow \alpha = \frac{B^2}{B^2 + \rho\sigma^2}$$

Den optimale størrelse af  $F$  kan derefter findes ved at indsætte i bibetingelsen

Eks.

Antag:

$B=100$ ,  $\rho = 3$  og  $\sigma^2 = 10.000$ . så får vi at:

$$\alpha = 0,25$$

$$F = 625$$

$$\text{arbejdsindsats } e = 65$$

$$E(\text{salg}) = 6500, E(w) = 2250, E(\text{overskud}) = 4250$$

$$\text{Var}(w) = 625 \text{ og tæthedsomkostning} = 312,5 \rightarrow \text{værdi af løn} = 2250 - 312,5 - 937,5 = 1000$$

### Indsigter

Central pointe: introduktion af usikkerhed + risikoaversion medfører trade-off mellem risikopræmie og incitamenter. Højere provisionssats giver:

1. større incitament til arbejdsindsats  $\rightarrow$  større salg
2. Øget risiko til sælgeren  $\rightarrow$  større risikopræmie  $\rightarrow$  højere fast løn

Den optimale kontrakt har højere provisionssats når

- Sælgeren er mindre risikoavers (mindre  $\rho$ )
- Mindre usikkerhed (mindre  $\sigma^2$ )
- Større afkast i form af øget salg af indsats
- Mindre omkostninger ved indsats

### Multitasking

Ofte udfører ansatte flere funktioner, og deres samlede præstation kan ikke reduceres til et enkelt mål

- Universitetsansatte skal fx både undervise og forske

Ofte er visse dimensioner mere målelige end andre

- fx svært at måle kvalitet af undervisning
- Relativt nemt at måle kvalitet af forskning (publikationer, citationer etc)

Hvad sker der, hvis virksomheden "naivt" belønner performance baseret udelukkende på de funktioner, som kan måles... ?

Eksempel (adjunk Andersen); når ansatte allokere deres arbejdstid mellem flere aktiviteter, allokeres:

- for meget tid til ønskværdige aktiviteter, som belønnes
- for lidt tid til ønskværdige aktiviteter, som ikke belønnes
- tid til ikke-ønskværdige aktiviteter, som ikke belønnes indirekte

Ex. På ikke-ønskværdig aktivitet, som belønnes indirekte:

- Fast pulje til publikationsbonus, som deles mellem publicerede papirer  $\rightarrow$  adjunk Andersen bruger tid på at ødelægge andres forskning!

Hvad kan virksomheder gøre for at imødegå disse problemer:

- Fast løn → instruer ansatte i hvordan de skal allokere arbejdstiden
- Undgå multitasking (ex fastlønnede undervisere og provisionslønnede forskere)
- Overvågning

### Valget mellem forskellige præstationsmål

Bør kontrakten baseres på de ansattes absolutte eller relative præstation: sælgerens bonus bestemt af hans eget salg eller af hans salg i forhold til de andre sælgere?

- Relative mål formindsker problem med usikkerhed, hvis de ansattes usikkerhed er positivt korrelerede
- Relative mål forstærker problem med multitasking, fordi ansatte indirekte belønnes for handlinger, der reducerer andre ansattes præstation

Bør kontrakten baseres på den enkelte ansattes præstation (snævert mål) eller gruppens, afdelingens virksomhedens præstation (bredt mål)

- Snævert mål forstærker problem med multitasking, fordi de ansatte ikke vil allokere tilstrækkelig tid til at hjælpe hinanden
- Bredt mål forstærker problem med usikkerhed, fordi der er mindre klar sammenhæng mellem den enkeltes indsats og aflønning

### Alternativer til præstationsbaserede kontrakter

Subjektive evalueringer

Mulighed for forfremmelse

Risiko for firing

#### Subjektive evalueringer

I mange tilfælde er det vanskeligt at lave en egentlig præstationsbaseret kontrakt, fordi den ansattes præstation ikke kan måles kvantitativt

- fx hvordan måles kvaliteten af adjunkt Andersens undervisning?

I nogle tilfælde kan chefen uden de store vanskeligheder danne sig et subjektivt indtryk af præstationens kvalitet

- forberedelse: kigge på adjunkt Andersens slides
- Koordination: tale med adjunkt Andersens holdlærere
- Resultater: Tale med censorer, se på eksamenskarakterer og evalueringer fra studerende

Aflønning baseret på subjektive evalueringer kan afløse egentlige præstationsbaserede kontrakter

Problemer: indflydelsesaktiviteter, troværdighed



**Mulighed for forfremmelse**

Antag at en ud af instituttets ti adjunkter vil blive ansat som lektor  $\rightarrow$  lønfremgang fra  $w$  til  $w^*$

Sandsynligheden  $p$  for, at adjunkt Andersen ansættes er en funktion af hans indsats  $p(e)$

Adjunkt Andersen vælger det  $e$ , der maksimerer  $p(e)(w^*-w)-c(e)$

Højere  $(w^*-w) \rightarrow$  større afkast af indsats  $\rightarrow$  større indsats

Virksomheden kan øge indsatsen ved at øge  $w^*$  og reducere  $w$

Fordele og ulemper:

- samme som aflønning i forhold til relativ præsentation
- større usikkerhed om livstidsindkomst  $\rightarrow$  risikopræmie
- Ikke sikkert, at en god adjunkt bliver en god lektor

**Risiko for fyring**

Antag at det "koster" den ansatte  $C$  at gøre ekstra indsats

- hvis ekstra indsats  $\rightarrow$  sandsynlighed for fyring  $p=0$
- Hvis ikke ekstra indsats  $\rightarrow$  sandsynlighed for fyring  $p > 0$

Den ansatte vælger at gøre ekstra indsats, hvis

$$p(w - w^{**}) \geq C$$

hvor  $w^{**}$  er løn i alternativ beskæftigelse

Ekstraindsats hvis  $p$  (overvågning eller  $w$  (løn) er tilstrækkelig høj

Efficiency wage  $\rightarrow$  virksomheden betaler mere end markedslønnen for at få ansatte til at arbejde effektivt  $\rightarrow$  mulig forklaring på, hvorfor arbejdsløshed kan opstå på kompetitivt arbejdsmarked