Aflevering 5 Matematik A

tqn889 - Carl Buan

October 2019

8.5.3

Salgspris: 200 Produktionskapacitet: 30.000

$$C(Q) = C(x) = 500000 + 80x + 0.003x^2$$

$$\pi(Q) = QP(Q) - C(Q)$$
$$P(Q) = P(x) = 200$$
$$\pi(Q) = \pi(x) = x*200-(500000+80x+0.003x^2) = -0.003x^2+120x-500000$$
$$\pi'(x) = -0.006x + 120$$
$$\pi'(x) = 0 \Rightarrow -0.006x + 120 = 0$$
$$120 * 1000 = 0.006 * 1000 \Rightarrow 120000 = 6x \Rightarrow \frac{120000}{6} = x$$
$$x = 20000$$

En produktion på 20000 enheder penicillin vil betyde profitmaksimering for virksomheden.

Review 7 Kapitel 8

$f(x) = ln(x+1) - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3$

(a) find definitionsmængden for funktionen og bevis:

$$f'(x) = \frac{x^2 - x^3}{2(x+1)}$$

Da man ikke kan tage logaritmen til et negativt tal eller nul, så skal $x > -1$

Definitionsmængden: $x = (-1, \infty]$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x+1} - 1 + x - \frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{x+1} - 1 + \frac{x}{1} - \frac{1}{2}x^2$$

Fællesnævneren for 1, 2 og (x+1): $2(x+1)$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2}{2(x+1)} - 1 + \frac{x * 2(x+1)}{2(x+1)} - \frac{x^2(x+1)}{2(x+1)}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2 + x * 2(x+1) - x^2(x+1)}{2(x+1)} - 1 = \frac{2 + 2x^2 + 2x - x^3 - x^2}{2(x+1)} - 1$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2 + x^2 + 2x - x^3}{2(x+1)} - 1 = \frac{2 + x^2 + 2x - x^3}{2(x+1)} + (-\frac{1 * 2(x+1)}{2(x+1)})$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2 + x^2 + 2x - x^3 - 2(x+1)}{2(x+1)} = \frac{2 + x^2 + 2x - x^3 - 2x - 2}{2(x+1)}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 - x^3}{2(x+1)}$$

(b) Find ekstremer og bøjningspunkter for funktionen

Dette gøres ved at sætte $f'(x) = 0$:

$$x^2 - x^3 = 0 \Rightarrow -x^2(x-1) \rightarrow -x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \rightarrow (x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

$$f(1) = ln(1+1) - 1 + \frac{1}{2}1^2 - \frac{1}{6}1^3 = ln(2) - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = ln(2) - \frac{2}{3}$$

$$f(0) = ln(1+0) - 0 + \frac{1}{2}0^2 - \frac{1}{6}0^3 = ln(1)$$

Funktionens maksimum er når $x = 1$

Funktionen har intet minimum da $f(x) \rightarrow -\infty$

Bøjningspunkterne findes ved at differentiere dobbelt og sætte lig 0:

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{1}{2}\frac{(2x - 3x^2)(x+1) - (x^2 - x^3)1}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{1}{2}\frac{-3x^3 - 3x^2 + 2x^2 + 2x - x^2 + x^3}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{1}{2}\frac{-2x^3 - 2x^2 + 2x}{(x+1)^2} = \frac{1(-2x^3 - 2x^2 + 2x)}{2(x+1)^2} = \frac{-2x^3 - 2x^2 + 2x}{2(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{2x(-x^2 - x + 1)}{2(x+1)^2} = \frac{x(-x^2 - x + 1)}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x(-x^2 - x + 1)}{(x+1)^2} = 0$$

Nu gør vi så brug af nulreglen ved, at minimum det ene af de to led skal være lig 0:

$$x = 0$$

$$-x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 * (-1) * 1}}{2(-1)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{-2}$$

$x = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{5})$ ligger uden for domænet, da det er mindre end -1
Bøjningspunkternes x-værdier $= 0, \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$
(c) Tjek for $f(x) \to (-1)^+$, og tegn grafen i intervallet $(-1, 2]$

$$f(x) \to -\infty, x = (-1)^+$$