Mat, aflevering 9

ldg790 - Christian B. Gustafson

21/11-2019

Opgave 3 fra eksamen januar 2019

a) udregn følgende bestemte integraler

$$\int_1^3 (x^2 - \frac{1}{x^2})dx$$

og

$$\int_0^2 (xe^{x+3})dx$$

$$\int_1^3 (x^2 - \frac{1}{x^2})dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{x}\right]_1^3 = (\frac{1}{3}3^3 - \frac{1}{3}) - (\frac{1}{3}1^3 - \frac{1}{1}) = \frac{26}{3} + (-\frac{2}{3}) = \underline{\underline{8}}$$

Nu til det andet integral

$$\int_0^2 (xe^{x+3})dx \rightarrow u = x, du = 1$$

$$\int (e^{x+3})dx = e^{x+3} + c$$

benytter følgende regel

$$\int f' \cdot g = fg - \int f \cdot g'$$

$$\int (e^{x+3} \cdot x)dx = e^{x+3} \cdot x - \int (e^{x+3} \cdot 1)dx = e^{x+3} \cdot x - e^{x+3} + c$$

$$\int_0^2 (xe^{x+3})dx = [e^{x+3} \cdot x - e^{x+3}]_0^2 = (e^{2+3} \cdot 2 - e^{2+3}) - (e^{0+3} \cdot 0 - e^{0+3}) = \underline{\underline{e^5 + e^3}}$$

b) afgør ugentlige integral

$$\int_0^\infty (\frac{x}{x^2+2})$$

er konvergent (kan tilægges en værdi) eller divergent. Begrund dit svar.

Jeg starter med at finde stamfunktion af integralet først definere jeg t=∞

$$\int_0^t (\frac{x}{x^2+2}) = [\frac{1}{2}ln(x^2+2)]_0^t = (\frac{1}{2}ln(t^2+2)) - (\frac{1}{2}ln(0^2+2))$$

$$= \frac{1}{2}(ln(t^2+2) - ln(2))$$

Dvs. $\frac{1}{2}(ln(t^2+2) - ln(2)) \to \infty$, når t $\to \infty$ Dette medfører at $\int_0^t (\frac{x}{x^2+2}) \to \infty$
Dermed er det ugentlige integralet divergent

c) Betragt f defineret ved

$$f(x) = x^2 ln(x^2)$$

for alle $x > 0$
Udregn det ubestemt integral

$$\int f(x)dx$$

$$\int x^2 ln(x^2)dx$$

benytter følgende regel

$$\int f' \cdot g = fg - \int f \cdot g'$$

hvor $f' = x^2$ og $g = ln(x^2)$ $g' = \frac{1}{u} \cdot du$, hvor $u = x^2$ og $du = 2x$ dermed er $g' = \frac{1}{x^2} \cdot 2x = \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$

$$\int x^2 \cdot ln(x^2)dx = \frac{1}{3}x^3 \cdot ln(x^2) - \int \frac{1}{3}x^3 \cdot \frac{2}{x}dx$$

$$= \frac{1}{3}x^3 \cdot ln(x^2) - \int \frac{1 \cdot 2x^3}{3x}dx = \frac{1}{3}x^3 \cdot ln(x^2) - \int \frac{2x^2}{3}dx$$

$$= \frac{1}{3}x^3 \cdot ln(x^2) - \frac{2}{3}\int x^2 dx$$
$$= \frac{1}{3}x^3 \cdot ln(x^2) - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}x^3 + c$$
$$= \frac{1}{3}x^3 \cdot 2ln(x) - \frac{2x^3}{9} + c$$
$$= \frac{2}{3}x^3 \cdot ln(x) - \frac{2x^3}{9} + c$$

Dvs. stamfunktionen til de ubestemte intergrale er

$$\underline{\underline{F(x) = \frac{2x^3}{3} \cdot ln(x) - \frac{2x^3}{9} + c}}$$

Review 2, Kapitel 11

$Let f(x,y) = 2x^2 - 3y^2$. Calculate $f(-1,2)$, $f(2a,2a)$, $f(a,b+k) - f(a,b)$, and $f(tx,ty) - t^2 f(x,y)$.

$$f(-1,2) = 2(-1)^2 - 3(2)^2 = \underline{\underline{-10}}$$

$$f(2a,2a) = 2(2a)^2 - 3(2a)^2 = 8a^2 - 12a^2 = \underline{\underline{-4a^2}}$$

$$f(a,b+k) - f(a,b) = (2(a)^2 - 3(b+k)^2) - ((2(a)^2 - 3(b)^2)$$
$$= 2a^2 - 3b^2 - 3k^2 - 6bk - 2a^2 - 3b^2 = \underline{\underline{-3k^2 - 6bk}}$$

$$f(tx,ty) - t^2 f(x,y) = 2(tx)^2 - 3(ty)^2 - t^2 f(x,y)$$
$$= 2(tx)^2 - 3(ty)^2 - 2(tx)^2 - 3(ty)^2 = \underline{\underline{0}}$$

karakter ønskes: