Noter til Mikroøkonomi II

Frederik Münter

Maj 2019

Pensumnoterne er lavet på baggrund af Nechyba, Sloths noter om "Moralfare" og "Ugunstig udvælgelse" samt slides fra undervisningen.

Generelt

Invertering af efterspørgsels- og udbudskurver:
$D(p)$ = mængde som funktion af pris $\Leftrightarrow D^{-1}(p) = p_d(x)$ = pris som funktion af mængde.
Summering af forskellige efterspørgselskurver: Den samlede markedsefterspørgsel findes ved vandret addition af efterspørgslerne, altså ved at summe efterspørgslerne som funktioner af prisen. Ved offentlige goder, så findes den samlede efterspørgsel ved at summe de individuelle efterspørgselskurver lodret. Altså summes efterspørgslerne ved prisen som funktion af mængderne, hvilket er modsat nedenstående eksempel. Man skal huske at tage højde for grænserne for de enkelte efterspørgsler, når man summerer dem.

$$D_a(p) = max(a-p,0),\ D_b(p) = max(b-cp,0),\ a>b, c>0, a>\frac{b}{c}$$
$$0 = a-p \Leftrightarrow p = a, 0 = b-cp \Leftrightarrow p = \frac{b}{c}$$
$$D(p) = \begin{cases} 0 & p<a \\ a-p & \frac{b}{c}<p\leq a \\ a+b-(1+c)p & 0\leq p\leq \frac{b}{c} \end{cases}$$

Priselasticiteter:

$$\varepsilon_d = \frac{dx_d}{dp_d}\cdot\frac{p^*}{x^*}$$

Udbudskurven:

$$TC'(x) = MC(x) = S^{-1}(p) = p_s(x)$$

Forvridende skatter

I emnet "forvridende skatter" er der tale om partiel ligevægtsanalyse, hvorfor priserne og varerne på alle andre markeder betragtes under en "alt andet lige"-antagelse, og indførte skatters effekter på andre markeder ikke evalueres. Effekterne af subsidier på efficiente markeder er præcist modsat de nedenstående beskrevne effekter af skatter.

Begreber og definitioner

Skat: Et regulatoriske redskab til markedskontrol. Kan pålægges som en enhedsafgift, $p_s + t$ eller som en værdiskat, $p_s(1-t)$. En beskatning af producenterne, $p_s + t$ er ækvivalent med en beskatning af forbrugerne, der, fordi de ved, at de skal betale t i skat, nu kun har en betalingsvillighed på $p_d - t$, så $p_s + t = p_d \Leftrightarrow p_s = p_d - t$.

Fuldkommen/perfekt konkurrence: En situation, hvor efterspørgslen er perfekt priselastisk (efterspørgselskurven er vandret ud fra prisen), da de uendeligt mange virksomheder producerer et perfekt substituerende homogent produkt, og udelukkende konkurrerer på pris. Under fuldkommen konkurrence, da er $p = MR(x) = MC(x)$.

Priselasticitet: Afgør, hvor meget efterspørgslen/udbuddet reagerer på prisændringer. Hvis $\varepsilon_d = 0$, så er efterspørgslen perfekt inelastisk, og reagerer derved slet ikke på prisændringer. Dermed vil forbrugerne altid efterspørge den samme mængde. Det omvendte er tilfældet for $\varepsilon_d \to \infty$, hvor efterspørgslen er perfekt elastisk, og den efterspurgte mængde er uendeligt følsom overfor prisændringer.

Juridisk incidens: Hvem skatten pr. lov er pålagt. Juridisk incidens er irrelevant ift. skattens økonomiske incidens.

Økonomisk incidens/skatteincidens: Hvordan skattebyrden i ligevægt fordeles imellem markedeaagenterne. Den økonomiske incidens falder disproportionelt på den del af markedet, der har den laveste priselasticitet. Fx hvis $\varepsilon_d \to 0$ (lodret efterspørgselskurve), så falder hele skatteincidensen på forbrugerne, imens det omvendte er tilfældet for $\varepsilon_d \to \infty$ (vandret efterspørgselskurve), hvor hele skatteincidensen falder på udbudssiden.

Skatters indflydelse på markedsligevægt: Jo lavere priselasticiteten generelt set er for markedet, jo mindre indflydelse på output vil en skat have.

Dødvægtstab ved beskatning: Tabet i samlet "velfærd" under beskatning. Dødvægtstabet opstår, da gunstige handler frafalder i markedet, og vokser med markedets priselasticitet. Dødvægtstabet vokser eksponentielt med skattens størrelse.

Skatteprovenue: Er lig statens indtægter ved indførsel af skatten.

Lafferkurven: Skatteprovenue som funktion af skattesatsen. Kurven har form som en "sur" parabel, hvor skatteindtægterne maksimeres i toppunktet. Staten vil derfor miste penge, hvis skatten bliver for høj pga. en mindsket skattebase.

Dødvægtstab på arbejdsmarkedet: Beskatning af løn ændrer alternativomkostningen ved fritid. Arbejdsudbuddet antages relativt inelastisk, hvorfor man ofte ser høj beskatning af løn.

Matematikken bag forvridende skatter

Generelt: Udbuddet er givet ved $x_s(p)$ og efterspørgslen er givet ved $x_d(p)$. Under fuldkommen konkurrence er ligevægten givet ved (p^*, x^*). Markedet pålægges derefter en skat, så $p_d = p_s + t$.

Skatteincidens: Denne er for udbuddet defineret som følger, og beviset findes i Nechyba, s. 558:

$$\frac{dp_s}{dt} = -\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_d - \varepsilon_s}$$

Det omvendte er gældende for efterspørgslen. Hvis udbuddets og efterspørgslens priselasticitet er lig hinanden, da er skatteincidensen lig $\frac{1}{2}$.

Forbrugeroverskud: Kan generelt ved integralregning beregnes som:

$$\Delta CS = \int_{p^*}^{p_d} x_d(p)dp$$

Hvis kurverne ikke er quasilineære, da skal ΔCS udregnes igennem den ækvivalerende variation (Hickskompenserede efterspørgsel) for at kunne regne det korrekte dødvægtstab ud:

$$\Delta CS = I - E(p^*, u)$$

Producentoverskud: Kan generelt ved integralregning beregnes som:

$$\Delta PS = \int_{p_s}^{p^*} x_s(p)dp$$

Skatteprovenue: Er defineret som følgende:

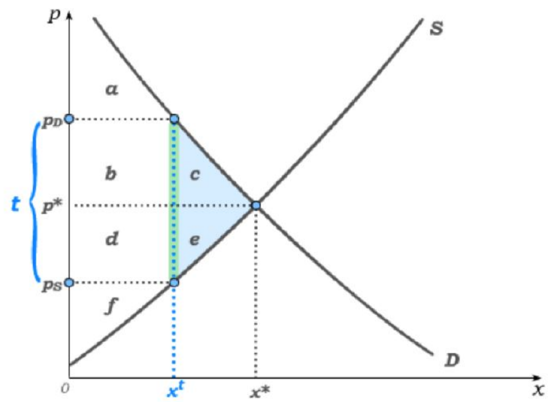
$$TR(t) = (p_d - p_s) * x^t = t * x^t$$

Dødvægtstab: Generelt er kan DWL udregnes ved hjælp af integraler som følgende, hvis kurverne er quasilineære, da indkomsteffekten her elimineres.:

$$DWL = \Delta CS + \Delta PS - TR(t) = \int_{x^t}^{x^*} (D^{-1}(p) - S^{-1}(p))dx = \int_{x^t}^{x^*} (p_d(x) - p_s(x))dx$$

Grafisk analyse

Quasilineære udbuds- og efterspørgselskurver: Under quasilinearitet, da kan situationen skitseres som følger:



Situationen beskrives nedenfor:

	Uden skat	Med skat
CS	a+b+c	a
PS	e+d+f	f
Provenue	0	b+d
DWL	0	c+e

Generel kogebog til en typisk opgave

1. Find markedsligevægten under fuldkommen konkurrence

$$S(p) = D(p) \Leftrightarrow S^{-1}(p) = D^{-1}(p)$$
$$(x, p) = (x^*, p^*)$$

2. Indfør skatten, udregne producent- og forbrugerpriser og udregn den handlede mængde

$$p_s + t = p_d \Rightarrow S(p_d - t) = D(p_d) \Leftrightarrow S(p_s) = D(p_s + t)$$
$$(x, p_s, p_d, t) = (x^t, p_s, p_d, t)$$

3. Udregn PS, CS, DWL og TR

Dette kan enten gøres vha. integralregning eller, såfremt kurverne er lineære, geometri.

$$\Delta PS = \int_{p_s}^{p^*} x_s(p)dp$$
$$\Delta CS = \int_{p^*}^{p_d} x_d(p)dp$$
$$TR(t) = (p_d - p_s) * x^t = t * x^t$$
$$DWL = \Delta CS + \Delta PS - TR(t) = \int_{x^t}^{x^*} (p_d(x) - p_s(x))dx$$

Evt. afslut med en direkte sammenligning af situationen under fuldkommen konkurrence.

Eksternaliteter

Der er primært i nedenstående fokus på negative eksternaliteter. Ved positive eksternaliteter, da er argumenterne præcis de samme, men den socialt optimale produktionsmængde er blot større end det "naturlige" markedsoutput i stedet for mindre, hvorfor effekterne er modsatrettede.

Begreber og definitioner

Eksternalitet: Forekommer, når markedsagenternes beslutninger har en direkte påvirkning af andre udenfor markedet. Essentielt betyder dette, at der er omkostninger eller gevinster forbundet med markedet, der ikke tages højde for i ligevægten. Dermed bliver markedsligevægten inefficient, da der, uden intervention, produceres enten for meget eller for lidt af en given vare, og der nu er et dødvægtstab forbundet med markedsligevægten.

Socialt optimum: Den ligevægtsmængde, der er enten større eller mindre en markedsligevægten afhængig af eksternaliteten, som defineres, når der tages højde for alle eksternaliteter i markedet.

Produktionseksternaliteter: Når der er ikke-internaliserede omkostninger eller gevinster forbundet med produktionssiden på et givet marked.

Sociale marginale omkostninger: Den omkostningskurve for markedet, der inkluderer både producentens omkostninger ved produktion af varen samt eksternaliteten forbundet med denne produktion.

Pigouskat: En beskatning eller subsiduering af et marked, således, at markedet selv producerer den socialt optimale mængde, betinget på en korrekt beskatningsstørrelse. Beskatningen eliminerer dermed dødvægtstabet forbundet med eksternaliteten. Eksternaliteten bliver nu internaliseret i markedet, og agenterne tager højde for den. Skatten er pr. enhed lig den marginale eksternalitetsomkostning.

Omsættelige kvoter: Det offentlige forbyder markedet at producere mere end den socialt optimale mængde, x^B, og skaber et marked for kvoterne. Udbuddet kommer til at være perfekt inelastisk (en lodret streg, hvor $x = x^B$), og efterspørgselskurven kommmer til at blive afhængig af den pågældende markedsagents, typisk virksomhederne, efterspørgsel efter eksternaliteten. Eksempelvis betyder en indførsel af kvoter på miljø-regulering, at MC skifter opad for virksomhederne med kvoteprisens størrelse, hvilket minimerer markedets produktion af varen til det socialt optimale. Ligevægtsprisen pr. kvote er lig den marginale eksternalitetsomkostning i det sociale optimum.

Internalisering af eksternaliteten: Når man ved hjælp af skatter etc. indfører eksternalitetens effekt i markedet, så agenterne nu tager højde for den.

Tragedy of the commons: Hvis en vare/ressource er et fælles gode, da forekommer et socialt efficienstab som følge af dets overforbrug. Et eksempel er "ren luft", der, da det er "ejet" af alle, bliver "overforbrugt" i form af forurening. Goder af denne type er ikke-ekskluderbare og rivaliserende, hvilket er skyld i overforbruget.

Coase-teoremet: Hvis ejendomsrettigheder er klart defineret, så vil et efficient udfald forekomme i tilfælde af eksternaliteter, såfremt der er tale om små transaktionsomkostninger. Et specialtilfælde af teoremet tilsiger, at hvis begge agenter har quasilineære præferencer, så er fordelingen af ejendomsrettigheder irrelevant for det endelige udfald, da betalingsvilligheden for de to agenter i så fald er uafhængig af indkomstniveau.

Matematikken bag eksternaliteter

Sociale marginale omkostninger: Denne findes ved at summe den marginale omkostningskurve og den marginale eksternalitetsomkostning:

$$SMC = MC_s(x) + MC_e(x)$$

Pigouskat: Størrelsen på denne findes ved at tage afstanden fra efterspørgselskurven til udbudskurven i det socialt optimale punkt. Det svarer til den lodrette afstand i socialt optimum imellem kurverne i et (p, x)-diagram.

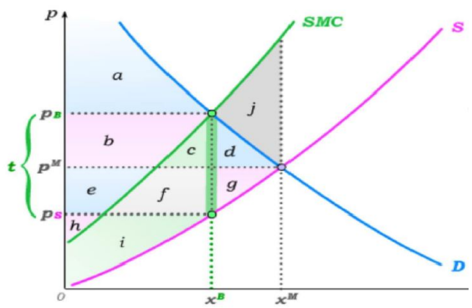
$$t = p_d(x^B) - p_s(x^B)$$

Generel ligevægt: Når man beregner eksternaliteter i en generel ligevægtsmodel (Edgeworthboks), så skal den ene agents præferencer over eksternaliteten, som agenten godt kan lide, imens den anden agents præferencer skal modelleres over eksternaliteten, som agenten ikke kan lide.

$$u_A(C_A, r), u_B(C_B, r),\ \frac{du_A}{dr} > 0, \frac{du_B}{dr} < 0,\ 0 \leq r \leq 1$$
$$u_A(C_A, r), u_B(C_B, s),\ \frac{du_A}{dr} > 0, \frac{du_B}{ds} < 0,\ 0 \leq r \leq 1,\ s \equiv 1 - r,\ \bar{e} : s + r = 1$$

Grafisk analyse

Negativ produktionseksternalitet: Hvis der er en negativ produktionseksternalitet i markedet, da kan situationen skitseres som følger:



Situationen beskrives nedenfor:

	Uden skat	Med skat
CS	a+b+c+d	a
PS	e+f+g+h+i	h+i
Provenue	0	b+c+e+f
Eksternalitetsomkostning	-(i+f+c+d+g+j)	-(i+c+f)
DWL	j	0

Generel kogebog til typisk opgave

1. Find den marginale sociale omkostningskurve og udregn ligevægten

$$SMC = MC_s(x) + MC_e(x) = p_d(x) \Leftrightarrow x = xB$$

2. Find skattens størrelse

$$t = p_d(x^B) - p_s(x^B)$$

3. Udregn ligevægtspriser, -mængder, CS, PS og TR

Dette kan enten gøres vha. integralregning eller, såfremt kurverne er lineære, geometri.

$$
\begin{aligned}
p_s + t &= p_d \\
\Delta PS &= \int_{p_s}^{p^*} x_s(p)dp \\
\Delta CS &= \int_{p^*}^{p_d} x_d(p)dp \\
TR(t) &= (p_d - p_s) * x^t = t * x^t
\end{aligned}
$$

4. Evt. udregn kvotepris og -mængde

$$V = x^B, r = MC_e(x^B)$$

Asymmetrisk information

Da dette emne fylder en stor del af pensum, og også berører afsnittet om monopoler, da er det anbefalelsesværdigt at gennemlæse Sloths to noter, "Moralfare" og "Ugunstig udvælgelse" grundigt, for en dybdegående forståelse af emnet.

Begreber og definitioner

Asymmetrisk information: Når markedsagenterne ikke har de samme informationsmæssige forudsætninger. Når asymmetrisk information er til stede i et marked, så er markedsligevægten i udgangspunktet inefficient. Asymmetrisk information kan i visse tilfælde føre til, at markedet ophører med at eksistere. Dødvægtstabet under asymmetrisk information opstår vha. en reduktion i forbrugeroverskuddet.

Principal-agent problem: En principal (fx arbejdsgiver, bank, mv.) skal designe og tilbyde en optimal kontrakt til en agent (arbejder, iværksætter, mv.). Principalen ønsker at maksimere sin egen gevinst, men skal, grundet asymmetrisk information omkring forhold vedrørende agenten, tage hensyn til, at agenten skal sige ja til kontrakten. I optimum binder bibetingelserne ofte, og problemet løses deraf.

Individual Rationality Constraint/participation constraint (IR): Bibetingelsen i principalens maksimeringsproblem om, at det skal være rationelt for agenten at sige ja til kontrakten.

Incentive Compatibility Constraint (IC): Bibetingelsen i principalens maksimeringsproblem om, at agenten skal have incitament til at overholde kontraktens forhold. Dette er ligeså en bibetingelse, der sikrer, at agenten vælger den korrekte kontrakt (i principalens øjne) ved flere muligheder.

Ugunstig udvælgelse: Beskriver en markedssituation, hvor der er asymmetrisk information til stede, og markedsudfaldet på baggrund af dette ender med at være inefficient. Principalen forsøger at mitigere dette problem ved optimal kontraktdesign. Det er altså en situation, hvor den asymmetriske information bliver udnyttet af den agenten, hvorfor principalen må tage højde for denne i sin handling.

Moralfare: Et problem, der opstår, når agenten handler på vegne af principalen, så agentens beslutninger direkte påvirker principalen. Problemet opstår, når agentens handlinger ikke kan observeres el. med rimelighed skrives ind i en kontrakt. Det kan fx være en arbejders indsats ved fast løn, da arbejderen i så fald har incitament til ikke at lave noget, såfremt der er en omkostning for arbejderen forbundet med reelt set at udføre arbejdet.

Afsløringsprincippet/the revelation principle: Principalen ønsker at konstruere en kontrakt således, at agenten afslører sin informationsfordel, og vælger det optimale for principalen. Kontrakten skal altså være incitamentsforenelig. Dette sikres igennem overholdelse af (IC)-bibetingelserne i optimeringsproblemet.

Signaleringsmekanisme: Fx har forsikringstagere incitamenter til at signalere, hvilket gruppe de tilhører, hvis der er forskellige priser for forskellige grupper. Det øger forsikringstagernes betalingsvillighed at signalere deres gruppe, da kontrakten vil blive mere optimal. Forsikringsgiver har et incitament til at designe sådan en mekanisme og undersøge signalerne.

Informationsafkast/-omkostning: Den yderligere gevinst agenten har ift. en kompetetiv situation ved deltagelse i et marked med asymmetrisk information. Det kan eksempelvis være en højere løn pga. skjult information om produktivitet mv. Da mitigering af fx moralfare-problemer medfører flere bibetingelser i principalens maksimeringsproblem påtages en informationsomkostning for principalen.

Kreditrationering: Begrænsningen af kredit fra udlåners side på lånemarkedet, selvom låntagerne er villige til at betale de givne renter for et lån. Låntagerne bliver nægtet adgang til et lån selvom de efterspørger det under de givne forhold, da udlåner allerede profitmaksimerer under markedets betingelser. Moralfare på lånemarkeder kan være med til at forklare dette ved at give en grund til, hvorfor renterne kan nå en maksimal grænse, hvilken grænse skyldes begrænsning af låntagernes risikovillighed.

Asymmetrisk information i forsikringsmarkedet: Her vil forsikringstagerne have en informationsfordel, da de er bedre bekendt med deres reelle risiko end forsikringsselskabet er.

Statistisk diskrimination: Når prisdiskrimination foregår på baggrund af de underliggende karakteristika for specifikke individer eller grupperinger.

Screening: Fx kan forsikringstager undersøge de underliggende karakteristika ved at screene markedsdeltagernes signaler. På den måde kan informationsasymmetrien udlignes, og markedet bliver mere efficient. Der er typisk omkostninger forbundet med screening af markedsdeltagerne.

Pooling ligevægt: Når ligevægten dannes på baggrund af ikke-seperation af markedsdeltagerne. Fx ved ikke at opdele forsikringstagere i høj-/lavrisiko.

Separerende ligevægt: Når ligevægten dannes på baggrund af at opdele grupperne prisdiskriminere.

Matematikken bag asymmetrisk information

Her henvises til Sloths noter omkring moralfare og ugunstig udvælgelse, da disse gennemgår matematiiken i tilfælde af asymmetrisk information i dybden.

Monopol og prisdiskrimination

Begreber og definitioner

Monopol: En markedssituation, hvor der kun er én agent på udbudssiden. Agenten har da ”market power”, og tager ikke prisen for given, da agenten har indflydelse på denne. Monopoler kan opstå, hvis der er signifikante indgangsbarrierer på et marked, igennem patentering af et produkt mv. Under monopoler er markedsligevægten inefficient, da den producerede mængde vil være mindre end optimum ved løsning af monopolistens profitmaksimeringsproblem.

Monopsoni: En markedssituation, hvor der kun er én agent på efterspørgselsssiden. Situationen kan betragtes som et monopol på efterspørgselssiden.

Market power: Beskriver en situation, hvor en eller flere af markedets agenter har indflydelse på pris og mængde.

Monopolets prissætning: En monopolist har kontrol over både pris og mængde. Hvis en monopolist øger mængden, da må prisen om nødvendigt falde og omvendt. Den profitmaksimerende pris er givet ved $MR = MC < p$, og vil altid være på en elastisk del af efterspørgselskurven. Hvis efterspørgslen er lineær, og de marginale omkostninger er lig 0, så vil monopolet producere den mængde, hvor $|\varepsilon_d| = 1$.

Prisdiskrimination: Beskriver, når et produkt bliver prissat forskelligt for forskellige grupperinger. Monopoler udnytter ofte dette til at øge profitten. For at udnytte prisdiskrimination, så må monopolisten sikre, at forbrugerne ikke kan gensælge produktet til hinanden.

1. grads prisdiskrimination: Kaldes også perfekt prisdiskrimination. Hvis monopolisten kan perfekt identificere hver enkelt forbrugers betalingsvillighed, så kan monopolisten tage præcis denne reservationspris for produktet. Efterspørgselskurven bliver så lig MR. Dette betyder altså, at alle forbrugerne betaler hele deres marginale forbrugsvillighed for den samlede mængde af solgte varer, når monopolet profitmaksimerer. Ligevægten bliver efficient, men $CS = 0$, da monopolet tager hele overskuddet på markedet.

2. grads prisdiskrimination: Denne type af prisdiskrimination foregår ved forskellig prissætning af forskellige mængder, essentielt set mængderabatter. Monopolisten har ikke identificeret de forskellige gruppers efterspørgsel, og forsøger at designe pakkerne, så forbrugerne selv signalerer deres respektive gruppe, og profitmaksimerer derigennem. 2. grads prisdiskrimination ses fx ved forskellig prissætning af flybilletter.

3. grads prisdiskrimination: Kaldes også imperfekt prisdiskrimination. Når monopolisten er restrikteret til at tage en enhedspris i stedet for en samlet pris, så kan monopolisten prisdiskriminere ved at segmentere markedet i forskellige grupper med forskellige reservationspriser. Monopolisten vil da prissætte varen forskelligt for hver gruppe, men stadig således, at $MR = MC < p$. 3. grads prisdiskrimination er den mest normale type af prisdiskrimination og ses fx ved studie- og seniorrabatter. Markedsligevægten er inefficient under denne type af prisdiskrimination.

Naturlige monopoler: Er defineret som en konstant faldende AC-kurve, og ses dannet, når virksomhederne i et givent marked oplever konstant stigende skalaafkast. Det implicerer, at $MC < AC$ til alle produktionsmængder. I kombination med store faste omkostninger kan sådan en situation være med til at skabe et monopol. Et eksempel er softwareindustrien, hvor der er meget store omkostninger forbundet med udviklingen af et produkt, men meget lave marginale omkostninger ved produktion af yderligere enheder.

Restriktion af monopoler: Regeringer kan restriktere monopoler ved at helt forbyde dem, opdele dem, indføre priskontrol, indføre et subsidie eller helt tage kontrol med monopolmarkeder, som det fx ofte er tilfældet i forsyningsindustrien. Beskatning af monopoler fører blot til en endnu mere inefficient og restrikteret mængde, og vil sænke CS yderligere.

Matematikken bag monopoler

Der henvises til Nechyba 23B for en uddybende forklaring af 2. grads prisdiskrimination, da matematikken kan være noget udfordrende.

Marginal omsætning: Denne er givet ved:

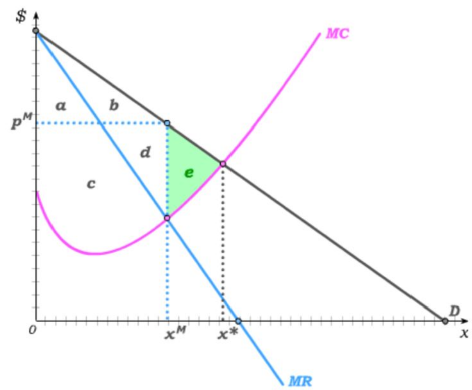
$$MR = p(x)(1 + \frac{1}{\varepsilon_d}) = p(x) + \frac{dp}{dx}x$$

$p(x)$ repræsenterer omsætningsgevinsten ved at sætte prisen op, imens $p'(x)x < 0$ og viser den negative mængdeeffekt ved at sætte prisen op. $p(x)$ betragtes her som efterspørgselsfunktionen.

Profitmaksimeringsproblemet: Hvis monopolisten er tvunget til at tage en enhedspris, så er maksimeringsproblemet givet ved følgende, hvor $R(x)$ er lig omsætningsfunktionen:

$$\begin{aligned}
&\max_{x,p} \pi = R(x) - c(x) = px - c(x),\ ubb.\, p \leq p(x) \\
&\max_{x} \pi = p(x)x - c(x) \\
&\max_{p} \pi = pD(p) - c(D(p)) \\
&\Leftrightarrow MR(x) = p(x) + \frac{dp}{dx}x = MC(x) \Leftrightarrow x = x^*
\end{aligned}$$

Prisen findes da ved at indsætte den ovenstående fundne mængde i efterspørgselsfunktionen, $p_d(x^*) = p^*$. Faldgruber i profitmaksimeringsproblemet inkluderer muligheden for flere lokale maksima/minima, hvis profitfunktionen ikke er strengt konkav og randløsninger. Disse kan eftertjekkes ved udregning af profit efter løsning af problemet. En helt standard monopol-situation er illustreret nedenfor:



Monopolets markup ratio: Kan udledes igennem efterspørgslens priselasticitet, og tolkes som monopolets markup, $p - MC$, relativt til fuldkommen konkurrence.

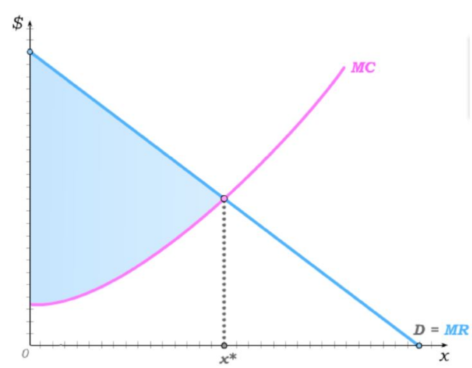
$$\frac{p - MC}{p} = \frac{-1}{\varepsilon_d} \Leftrightarrow p^* = \frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon_d(x^*)|}} MC(x^*)$$

Hvis $|\varepsilon_d(x^*)| \to \infty$, altså en perfekt elastisk efterspørgsel, så er $p = MC$ som under fuldkommen konkurrence.

1. grads prisdiskrimination: Producenten ender med at løbe med hele overskuddet, men den producerede mængde er efficient.

$$\max_x \pi = R(x) - c(x) \Rightarrow MR(x^*) = MC(x^*) \Leftrightarrow p(x^*) = MC(x^*)$$

Situationen kan illustreres grafisk som nedenfor, hvor hele det blå område illustrerer profitten:



Prisen er givet ved arealet af området under efterspørgselskurven ned til x-aksen:

$$p = R(x^*) = \int_0^{x^*} p_d(x)dx$$

2. grads prisdiskrimination: Vi husker på, at under 2. grads prisdiskrimination er det ikke muligt for monopolisten at kende forskel på markedsgrupperne. Der antages som oftest quasilineære præferencer for at eliminere indkomsteffekten af prisændringer. Først defineres $CS_A(x)$ som forbrugerens reservationspris:

$$CS_A(x) = \int_0^x p_A(t)dt$$

Profitmaksimeringsproblemet kan nu opstilles som følgende principal-agent problem:

$$\max_{S_A, x_A, S_B, x_B} \pi = S_A + S_B - c(x_A + x_B)$$

$$ubb.$$

$$CS_A(x_A) \geq S_A \tag{1}$$

$$CS_B(x_B) \geq S_B \tag{IR_B}$$

$$CS_A(x_A) - S_A \geq CS_A(x_B) - S_B \tag{IC_A}$$

$$CS_B(x_B) - S_B \geq CS_B(x_A) - S_A \tag{IC_B}$$

Den optimale "lille" pakkestørrelse bestemmes ved løsning af følgende:

$$p_{dB}(x) - MC(x) = p_{dA}(x) - p_{dB}(x) \Leftrightarrow = x_B^*$$

For quasilineære efterspørgselsfunktioner gælder det, at IC_A og IR_B altid binder. Størrelsen på "den lille" pakke findes igennem IR_B, imens størrelsen på "den store" pakke findes igennem IC_A, hvis A er den "rige" forbruger. Dette medfører, at $CS_B = 0$ og $CS_A > 0$. Pakkepriserne er da givet ved:

$$S_B = \int_0^{x_B^*} p_B(x)dx$$
$$S_A = \int_0^{x_A^*} p_A(x)dx - \int_0^{x_B^*} p_A(x)dx + \int_0^{x_B^*} p_B(x)dx$$

Hvis $MC(x) = c$, så er den optimale lille pakkestørrelse, x_B^*, givet ved følgende, imens den optimale store pakkestørrelse, x_A^*, er lig det samme som ved 1. grads prisdiskrimination:

$$\frac{d\pi}{dx_B} = 0 \Leftrightarrow 2R'_B(x_B) - R'_A(x_B) = MC \Leftrightarrow 2p_B(x) - p_A(x) = MC$$

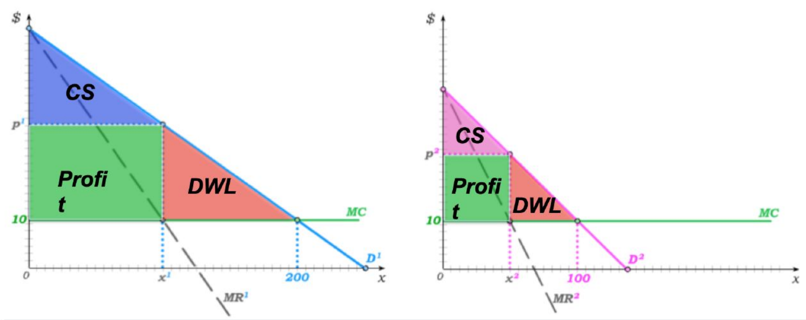
3. grads prisdiskrimination: Her er profitmaksimeringsproblemet givet ved følgende:

$$\max_{p_A, p_B} \pi = p_A \cdot D_A(p) + p_B \cdot D_B(p) - c(D_A(p) + D_B(p))$$
$$\Leftrightarrow \max_{x_A, x_B} \pi = x_A \cdot p_A(x_A) + x_B \cdot p_B(x_B) - c(x_A + x_A)$$
$$\Rightarrow F.O.C. : p_A(x_A^*) + p_A'(x_A^*)x_A^* = MC(x_A^* + x_B^*),\ p_B(x_B^*) + p_B'(x_B^*)x_B^* = MC(x_A^* + x_B^*)$$

Ovenstående problem løses igennem to ligninger med to ubekendte. Efter mængderne er fundet, da kan disse indsættes i de seperate efterspørgselskurver for at finde priserne for hver gruppe. Det implicerer følgende:

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{(\varepsilon_{dB} + 1)\varepsilon_{dA}}{(\varepsilon_{dA} + 1)\varepsilon_{dB}}$$

Hvis $MC(x_A^* + x_B^*) = c$, så er ovenstående ækvivalent med at løse to helt seperate monopolproblemer. Grafisk kan 3. grads prisdiskrimination illustreres som følger:



Spilteori

Begreber og definitioner

Kort om spilteori: Spilteori er den strategiske analyse af det rationelle valg under forskellige betingelser. Først skal modelrammerne defineres, dernæst analyseres spillernes bedste valg under betingelserne og slutteligt identificeres en eventuel ligevægt.

Perfekt/komplet information: En situation, hvor alle spillets agenter er fuldt informerede omkring sin og alle andre agenters økonomiske gevinst afhængigt af spillets gang. Der er dermed ingen indbygget usikkerhed.

Inkomplet information: En situation, hvor spillerne ikke har information omkring fordelingen alle spillets udfald. Det er modsvarende komplet information.

Simultane spil: Spil, hvor alle spillere træffer beslutningen samtidig. Kaldes også statiske spil.

Sekventielle spil: Spil, hvor spillerne skiftes til at træffe beslutninger. Kaldes også dynamiske spil. Eksempler på spil under disse kategorier findes i nedenstående tabel.

	Simultane	**Sekventiel**
Komplet information	Sten, saks, papir	Skak
Inkomplet information	En auktion med bindende bud	En auktion med stigende bud

Uendelige spil: Spil, der ikke har en defineret afslutning.

Endelige spil: Spil, der spilles et predetermineret antal gange/tidsperiode.

Pure strategy: Alle mulige træk i spillet er specificeret på forhånd med sandsynlighed 1.

Mixed strategy: Forekommer, når en spiller ligger en sandsynlighedsfordeling ned over alle "pure strategies".

Payoff-matrice: En matrice, der viser udfaldsrummet givet spillernes valg af strategi.

Best respones: En spillers optimale strategi som funktion af alle andre spilleres strategi. Tilsvarende nyttemaksimering over forskellige strategier under bibetingelse af alle andre spilleres valg.

Nash-ligevægt: Et sæt af strategier, der er best reponse overfor hinanden. En Nash-ligevægt er en stabil ligevægt, da den sikrer, at man ikke ændrer adfærd. Det er muligt, at der er flere Nash-ligevægte i et givent spil, men vi ved ikke noget om, hvilken ligevægt vi ender i.

Dominerende strategi: En strategi er dominerende, når den uagtet modspillernes udspil er bedre end en anden strategi. Hvis den er bedre end eller ligeså god, så er strategien svagt dominerende.

Matematikken bag spilteori

Definition af spilteori: Grundlaget for generel spilteori kan opskrives som følger:

$$Antal\ spillere : N$$

$$Antal\ handlinger : M$$

$$Handlingsmængde : A^n = \{a_1^n, a_2^n, a_3^n, ..., a_M^n\}$$

$$Strategimængde : s_N \in S_N,\ s_(-i) = \{s_1, s_2, ..., s_{i-1}, s_{i+1}, ..., s_N\}$$

$$Nyttefunktioner : u_i(s_i, s_{-i}) = S_1 \times S_2 \times ... \times S_N \rightarrow R$$

Best reponse: Defineres som:

$$s_i^* : S_1 \times S_2 \times S_{i-1} \times S_{i+1} ... \times S_N \rightarrow S_i$$

$$\max_{s_i} u_i(s_i, s_{-i}) \Rightarrow s_i = s_i^*(s_i)$$

Nash-ligevægt: Defineres som:

$$\bar{s_i} = s_i^*(\bar{s_i}), \forall i \in N$$

Et eksempel på en Nash-ligevægt i et simultant spil med to spillere findes nedenfor. Eksemplet er det såkaldet "Prisoners dilemma", hvor Nash-ligevægten ikke er socialt optimal, da spillerne kunne få en større nytte ved at samarbejde. Best response i de forskellige situationer er markeret med understregning. Nash-ligevægten er dertil markeret med fed:

		Spiller 2	
		Op	Ned
Spiller 1	Op	(10,10)	(0,$\underline{15}$)
	Ned	($\underline{15}$,0)	**($\underline{\mathbf{5}}$,$\underline{\mathbf{5}}$)**

Oligopol

Begreber og definitioner

Oligopol: En markedsstruktur med et lille antal virksomheder, der er kollektivt isoleret fra konkurrence pga. adgangsbarrierer etc. til et marked. Virksomhederne under oligopol har noget market power, men ikke ligeså meget kontrol som under et monopol. Virksomhederne skal pris- og mængdesætte betinget på de andre virksomheders aktioner.

Duopol: Et oligopol-marked med to virksomheder.

Kartel: Når virksomhederne under oligopolistisk konkurrence danner en fælles gruppe, der træffer beslutninger. Markedssituationen bliver da som under monopol, da virksomhederne agerer under ét.

Bertrand konkurrence: En spilmodel, der beskriver priskonkurrence på et oligopol marked. Modellen forudsiger en prissætning af den givne vare imellem monopol og fuldkommen konkurrence. I en situation med to virksomheder, da er best response for begge virksomheder at angive $p_1 = p_2 = MC$, hvilket giver Nash-ligevægten. Udfaldet er ens, uagtet om der er tale om et simultant eller sekventielt spil. Under Bertrand konkurrence er den samlede markedsproduktion strengt større end under Cournot. I Betrand modellen er ligevægten efficient og tilsvarende den for fuldkommen konkurrence.

Cournot konkurrence: En spilmodel, der beskriver mængdekonkurrence på et oligopol marked. Nash-ligevægten i en Cournot model med to fuldstændigt homogene spillere er givet ved $x_1 = x_2$. Under Cournot konkurrence er den samlede markedsproduktion strengt større end under monopol. I En Cournot-model er som udgangspunkt i ligevægt inefficient. I en Cournot ligevægt, da er $N = 1$ tilsvarende monopol og $N \to \infty$ tilsvarende fuldkommen konkurrence.

Matematikken bag oligopol

Betrand konkurrence: Under priskonkurrence, da kan resultatet, $p_1 = p_2 = MC$ argumenteres frem til. Det er ikke pensum at regne på.

Cournot konkurrence: Med flere virksomheder er den enkelte virksomheds profitmaksimeringsproblem givet ved, hvor $p = p_d(x) = D^{-1}(p)$:

$$\max_{x_i} \pi_i = p(x_i, \overline{x}_{-1}) - c(x_i) = p(\overline{x}_1 + \overline{x}_2 + ... + \overline{x}_{i-1} + x_i + \overline{x}_{i+1} + ... + \overline{x}_N)x_i - c(x_i)$$
$$F.O.C. \Rightarrow \frac{dp(x_i, \overline{x}_{-1})}{dx} x_i + p(x_i, \overline{x}_{-1}) - \frac{dc(x_i)}{dx_i} = 0 \Leftrightarrow$$
$$MR_i = \frac{dp(x_i, \overline{x}_{-1})}{dx} x_i + p(x_i, \overline{x}_{-1}) = p(1 + \frac{dp}{dx} \cdot \frac{x_i}{p}) = \frac{dc(x_i)}{dx_i} = MC_i$$

Hvis det antages, at alle virksomhederne er identiske, så er $Nx_i = x$ og $MC_i = MC$, hvilket medfører følgende:

$$MR_i = p(1 + \frac{dp}{dx} \cdot \frac{x_i}{p} \cdot \frac{N}{N}) = p(1 + \frac{dp}{dx} \cdot \frac{x}{pN}) = p(1 + \frac{1}{N\varepsilon_d}) = MC$$

Offentlige (kollektive) goder

Begreber og definitioner

Rivaliserende gode: Når en persons brug af en vare hæmmer/hindrer andre i at få nytte af det. Ikke-rivaliserende beskriver det modsatte, og har (ofte positive) eksternaliteter forbundet med sig.
Ekskluderbart gode: Når en person kan udelukkes for at forbruge en vare. Ikke-ekskluderbarhed beskriver det modsatte. Nedenstående tabel viser de forskellige typer af varer.

	Rivaliserende (private)	**Ikke-rivaliserende (offentlige)**
Ekskluderbare	Private goder (En cola)	Klub goder (En stor swimmingpool)
Ikke-ekskluderbare	Fælles goder (En hovedvej)	Offentlige goder (Forsvar)

Offentlige goder: Ikke-rivaliserende og ikke-ekskluderbare. Disse er tit underproducerede i det private marked, bl.a. pga. free-rider problemet. For alle typer af præferencer gælder det, at det efficiente produktionsniveau findes ved at sætte summen af alle marginale betalingsvilligheder lig de marginale omkostninger ved produktion af godet. Under antagelse om quasilineære præferencer, så findes den samlede efterspørgsel efter et offentligt gode ved at summe efterspørgselsfunktionerne lodret.
Free-rider problemet: Da producenter/forbrugerne af et offentligt gode ikke har incitament til at tage højde for den positive eksternalitet forbundet med godet, så bliver godet ofte underproduceret/-forbrugt. Dette er defineret som free-rider problemet, og ses fx også i "Tragedy of the commons"-teoremet.
Offentlig produktion af et offentligt gode: Kan være løsningen til underproduktionsproblemet, men man risikerer crowding out. Dertil skal produktionen finansieres igennem skatter eller afgifter, og man risikerer dermed at forvride et andet marked.

Lindahl ligevægt (prisdiskrimination): Her adspørges hver (potentiel) forbruger af det offentlige gode, hvor meget vedkommende værdisætter en godet. Derefter betaler vedkommende så præcis det beløb. Man har stort incitament til at lyve for at sænke ens egen betaling, men stadig håbe på, at godet bliver provideret (free-rider problemet i aktion). Her droppes ikke-ekskluderbarhedsantagelsen.
Vickrey-Groves-Clarke (VCG) mekanismen: Introducerer en betaling udover den for alle, der bruger godet, som giver incitament til ikke at lyve om sin reelle betalingsvillighed, nemlig Clarke-skatten.
Clarke-skat: En skat som en markedsdeltager skal betale i en VCG-mekanisme, hvis markedsdeltageren er en pivotal agent (markedsdeltagerens nettonytte skifter beslutningen om provision af et givet gode).

Matematikken bag offentlige goder

Det skal pointeres, at matematikken bag VCG-mekanismen i slides, som nedenstående er taget fra, varierer noget fra Nechyba. Det er ligeledes i Nechyba, at man finder det kontinuerte tilfælde for VCG-mekanismen.
Underproduktion af et offentligt gode på et privat marked: Forekommer, da agenterne på et marked optimerer individuelt og separat uden hensynstagen til eksternaliteten forbundet med det offentlige gode. Privat optimering tilsiger:

$$MB_i = MC \Leftrightarrow x = x_i$$
$$\sum_{i=1}^{N} x_i = x^{eq}$$

Siden $\sum_{i=1}^{N} MB_i > MB_i = MC$, så må det derfor gælde, at $x^{eq} < x^*$, da x^* findes, når $\sum_{i=1}^{N} MB_i = MC$, hvor N er lig antallet af agenter, der er påvirket af eksternaliteten forbundet med det offentlige gode.
Lindahl-ligevægten: Kan opskrives som følger:

$$\max_{x_i, g_i} u_i(x_i, g_i),\ s.t.\ e_i = x_i + t_i \cdot g_i$$
$$\Rightarrow |MRS_i| = t_i$$
$$\sum_{i=1}^{N} |MRS_i| = MC = c$$

I en Edgeworth-økonomi, da optimerer hver forbruger mht. til den andens valg af forbrug jf. ovenstående generelle tilfælde.
VCG-mekanismen: Først introduceres lidt notation. N er den samlede sande nettonytte, N_{-i} er den samlede sande nettonytte uden i, imens S_{-i} er den samlede rapporterede nettonytte uden i. Det pointeres,

at vi kræver quasilineære præferencer for at eliminere indkomsteffekter:

$$N = \sum_i n_i$$
$$N_{-i} = \sum_{j \neq i} n_j = N - n_i$$
$$S_{-i} = \sum_{j \neq i} s_j = S - s_i$$

En agent betegnes som pivotal, hvis agentens signal ændrer den endelige beslutning om produktion af godet. Det påpeges, at vi befinder os i en binær situation, hvor godet enten produceres eller ej.

$$sign(S) \neq sign(S_{-i}),\ sign(S) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

Skatten, der pålægges en pivotal agent er givet ved $t = |S_{-i}|$. Under VCG-mekanismen er $s_i = n_i$ for alle i, da $n_i = s_i$ er best response for alle agenter. Samlet kan VCG-mekanismen for et binært offentligt gode med en antagelse om quasilineære præferencer opskrives som følger:

$$G(s_1, s_2, ..., s_n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq S \\ 0 & S < 0 \end{cases}$$
$$T_i(s_1, s_2, ..., s_n) = \begin{cases} c_i & 0 \leq S \text{ og } sign(S) = sign(S_{-i}) \\ c_i + |S_{-i}| & 0 \leq S \text{ og } sign(S) \neq sign(S_{-i}) \\ 0 & S < 0 \text{ og } sign(S) = sign(S_{-i}) \\ |S_{-i}| & S < 0 \text{ og } sign(S) \neq sign(S_{-i}) \end{cases}$$

Samfundsnytte og -præferencer

Begreber og definitioner

Rationelle præferencer: Rationelle præferencer er *totale* (alle par kan sammenlignes) og *transitive* (hvis $y \leq x$ og og $z \leq y$, så er $z \leq x$).

Samfundspræferencer: Dækker over en aggregeret samfundspræference over et bestemt marked/udfald. Der findes mange forskellige måder at modellerer samfundspræferencer på, fx demokrati og diktatur.

Social choice funktion: Metoden, hvorledes aggregering af individuelle præferencer op til en bestemt samfundspræference foregår. Kan tolkes som den regel/det system, der afgører, hvordan vi træffer beslutninger (fx demokrati). Input er dermed alle individuelle præferencer i samfundet, imens output er en enkelt samfundspræference.

Median-vælger teoremet: I ligevægt vil kandidater søge at tilfredsstille median-vælgeren, da denne approksimativt er repræsentativ for den størst mulige del af befolkningen. Dette gælder kun, hvis problemet er en-dimensionelt, og vælgernes præferencer er single-peaked. Medianvælgerens idealpunkt er samfundsoptimalt under disse antagelser, og vil vinde enhver parvis afstemning.

Single-peaked præferencer: Alle vælgerne har et enkelt lokalt maximum, og foretrække kker udfald mindre og mindre, jo længere væk fra dette maximum man befinder sig. Non-single-peaked er en præference med flere lokale maksima, hvilket både kan være i én eller flere dimensioner.

En-dimensionelt problemt: Hvis der i en beslutningsprocess kun skal tages hensyn til en enkelt problemstilling, fx hvor mange penge vi skal bruge på uddannelse. Fler-dimensionelle problemstillinger opstår, når vi skal tage højde for mere end et problem ad gangen.

Condorcet vinder: En valgmulighed, der eliminerer alle andre valgmuligheder ved parvis afstemning.

Condorcet cyklus: Når ingen valgmulighed i et sæt uden endelig eliminering er en Condorcet vinder. En Condorcet cyklus er dermed uendelig. Problemet skyldes, at den underliggende samfundspræference ikke er transitiv.

Agenda setting: Den agent, der kontrollerer de strukturelle forhold forbundet med konstruktionen af samfundspræferencerne/social choice funktion. Fx den, der styrer rækkefølgen af en parvis afstemning med endelig eliminering, eller de politikere, der bestemmer størrelsen og formen på valgkredse. Agendasætteren har ofte stor indflydelse på udfaldet af et givent problem, og kan manipulere resultatet. I multidimensionelle politikforslag er problemet endnu mere udtalt.

Utilitarisme: Konsekventielle og etiske teorier, der maksimerer samlet befolkningsnytte. Altså, er det en vurdering af den samlede samfundsnytte.

Utility possibility frontier (UPF): Kombinationerne af nytte i en Edgeworthboks, hvor A stilles så godt som muligt, givet B's nytte. Det er lig mængden af efficiente tilstande, netop kontraktkurven.

Samfundsnyttefunktion (social welfare function, SWF): En definition af samfundets aggregerede nytte som funktion af de enkelte borgeres nytte, $U(u_1, u_2, ..., u_i) \to \mathbb{R}$. Jo mere konveks en SWF, jo mere et ulige samfund vil vi foretrække. Forskellige SWF'er er dermed med til at afspejle forskellige holdninger til ulighed. Det er et krav, at optimum er Pareto-efficient. Problemet med SWF'er er, at de betragter nytte som et kardinalt koncept, altså sammenlignes nytte på tværs af individer. Tidligere har vi blot antaget nytte ordinalt, hvor sammenligninger kun er gældende for forskellige udfald for det enkelte individ.

Rawls' Veil of Ignorance: Man skal træffe beslutninger bag et "veil of ignorance" (man ved, hvordan samfundet ser ud, men man kender ikke sit eget udgangspunkt i samfundet), og man skal maksimere forventningen af nytte. Der er altså tale om nyttemaksimering under usikkerhed. Modellen kan udbygges med risikoaversion ved at tage en konkav funktion til nytteudfaldende, så der ligges større vægt på små nytteværdier.

Matematikken bag samfundsnytte og -præferencer

Social choice funktion: Denne har mange funktionelle former, men skal blot principielt opfylde følgende. R betegner de samlede præferencer i økonomien, f beskriver social choice funktion, N beskriver antallet af agenter i økonomien, imens $\mathcal{P}_A$ beskriver en agents præferencer:

$$R = (\succeq_1, \succeq_2, ..., \succeq_N) \in \mathcal{P}_A$$

$$f : \mathcal{P}_A^N \to \mathcal{P}_A,\ f : \{\succeq\}^N \to \{\succeq\}$$

$$\succeq^* = f(R) = f(\succeq_1, \succeq_2, ..., \succeq_N)$$

UPF: Kan vises som en maksimeringsproblem som følger:

$$u_A^* \left(u_B^*\right) = \max_{\left(x_1^A x_2^A x_1^B x_2^B\right) \in A} u_A \left(x_1^A, x_2^A\right)$$
$$\text{s.t.}$$
$$u_B \left(x_1^B, x_2^B\right) = u_B^*$$
$$\left(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B\right) \in X$$

Løsningen til problemet er givet ved $u_A^*(u_B^*)$.

SWF: Er givet ved følgende, og kan have mange forskellige funktionelle former:

$$U : U(u_A, u_B, ..., u_N) \to R$$

$$\max_X U(u_A, u_B, ..., u_N),\ s.t.(x_1^A, x_2^A, ..., x_i^A, x_1^B, x_2^B, ..., x_i^B, ..., x_i^N) \in X$$

Arrows umulighedsteorem

Der henvises til Nechyba for beviset for hver af aksiomerne i Arrows umulighedsteorem. Først specificeres en række af aksiomer, som enhver social choice function bør overholde.

1. Universelt domæne: Social choice funktionen, f, må ikke restriktere individets præferencer, og skal derfor være defineret over hele mængden af rationelle præferencer i sættet.

2. Pareto-kriteriet: Hvis alle individer i et samfund foretrækker x fremfor y, så skal social choice functionen også overholde dette.

3. Ingen diktator: Social choice funktionen må ikke tillade en agent altid at bestemme.

4. Rationalitetsaksiomet: Samfundspræferencerne skal være rationelle, altså totale og transitive.

5. Uafhængighed af irrelevante alternativer: Den relative vurdering af to muligheder i samfundspræferencerne, må ikke ændres, hvis de er uændret relativt til hinanden i de individuelle præferencer, når der foretages en omrokering af alternative muligheder. Ændringen af omkringliggende betingelser, hvor x og y fastholdes, må altså ikke have indflydelse på præferencerne over x og y.

Teoremet: Arrows umulighedsteorem tilsiger, at hvis $2 \leq N$ og A indeholder mindst 3 muligheder, så findes der ingen social choice funktion, der overholder alle fem aksiomer. Teoremet understreger, hvor svært det er at aggregere individuelle præferencer op til samfundsplan.

Skatter og eksternaliteteter

Skatter

Hvis man skal analysere en tilførelse af en afgift, kan man gøre brug af følgende trin:

Trin 1. Find de inverse efterspørgsels- og udbudskurver.

Trin 2. Sæt udbud=efterspørgsel og isolér x.

Trin 3. Sæt x (den fundne mængde) ind i $p_d(x)$ og find pris og mængde uden afgift.

Trin 4. Gør nu det samme bare hvor du tilføjer skatten.

Tilføjelse af skat: Det er vigtigt at man ikke lægger skatten til på begge sider.

$$p_d(x) = p_s(x) + t$$

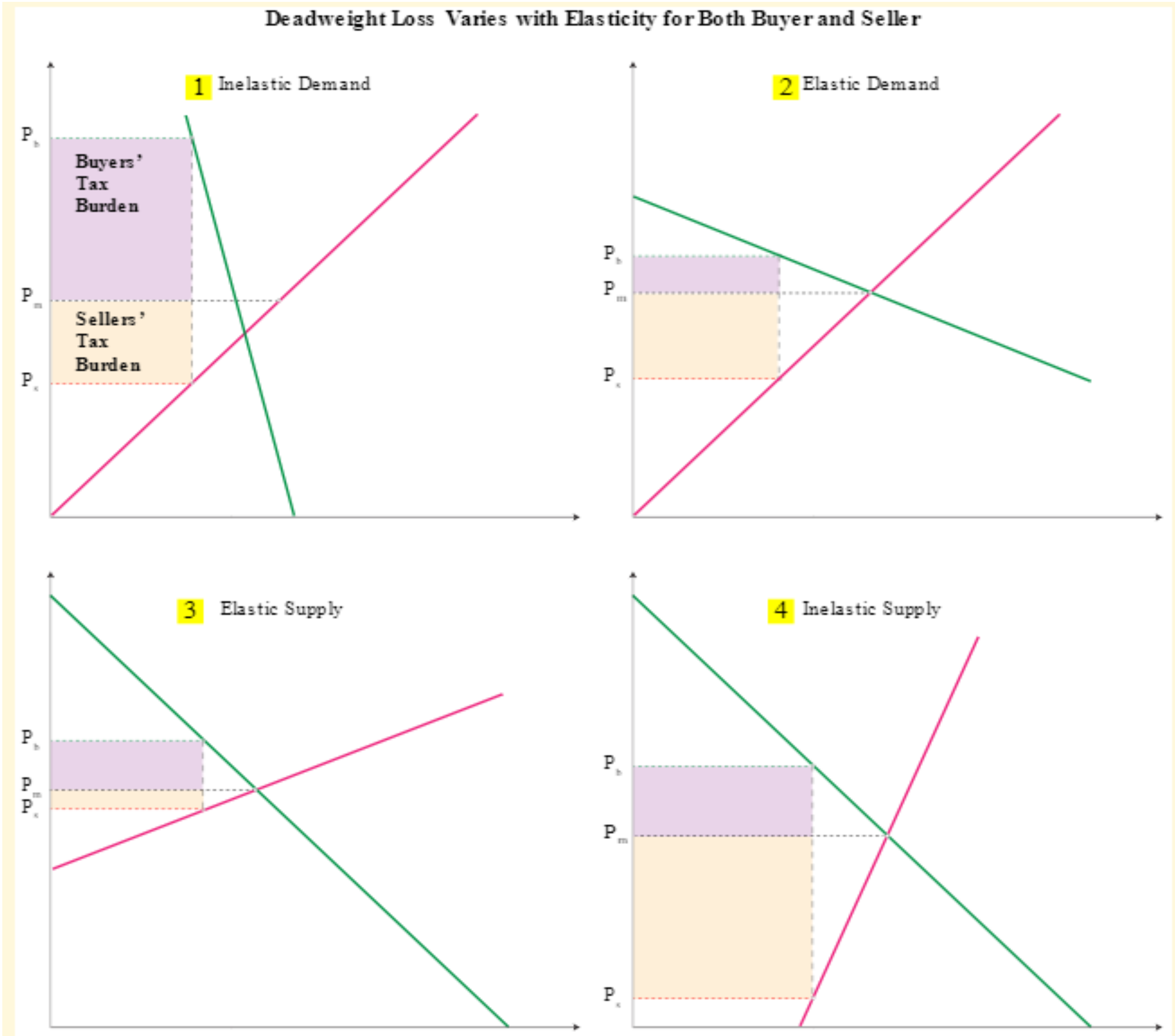
$$Eller$$

$$p_s(x) = p_d(x) - t$$

Det som står på højre side i første ligning er forbrugernes pris, og der skal man tænke på at man lægger skatten til forbrugernes pris. I anden ligning trækker man den fra producentens pris. Selvom det kunne virke omvendt, betyder det at man enten skal lægge skatten til i $p_s(x)$ eller trække den fra i $p_d(x)$.

Skattebyrden

Den del af markedet, som er mest inelastisk, er den, der bærer det meste af byrden. Som det kan ses i figuren nedenfor, så er tilfælde 1. et tilfælde med inelastisk efterspørgsel. Her bærer forbrugerne mest af byrden, mens i tilfældet med elastisk efterspørgsel, som er tilfælde 2., så bærer de mindre af byrden.



Vi kan udregne elasticiteterne ved følgende formel:

$$\epsilon_s = \frac{\partial x_s}{\partial p_s} \cdot \frac{p^*}{x^*}$$

$$\epsilon_d = \frac{\partial x_d}{\partial p_d} \cdot \frac{p^*}{x^*}$$

Hvor p^* og x^* er pris og mængden i optimum. Herudover kan man også udregne, hvilken effekt en stigning i skatten vil have på efterspørgslen. Det gøres med følgende formel:

$$\frac{\partial p_d}{\partial t} = -\frac{\epsilon_s}{\epsilon_d - \epsilon_s}$$

Dødvægtstab

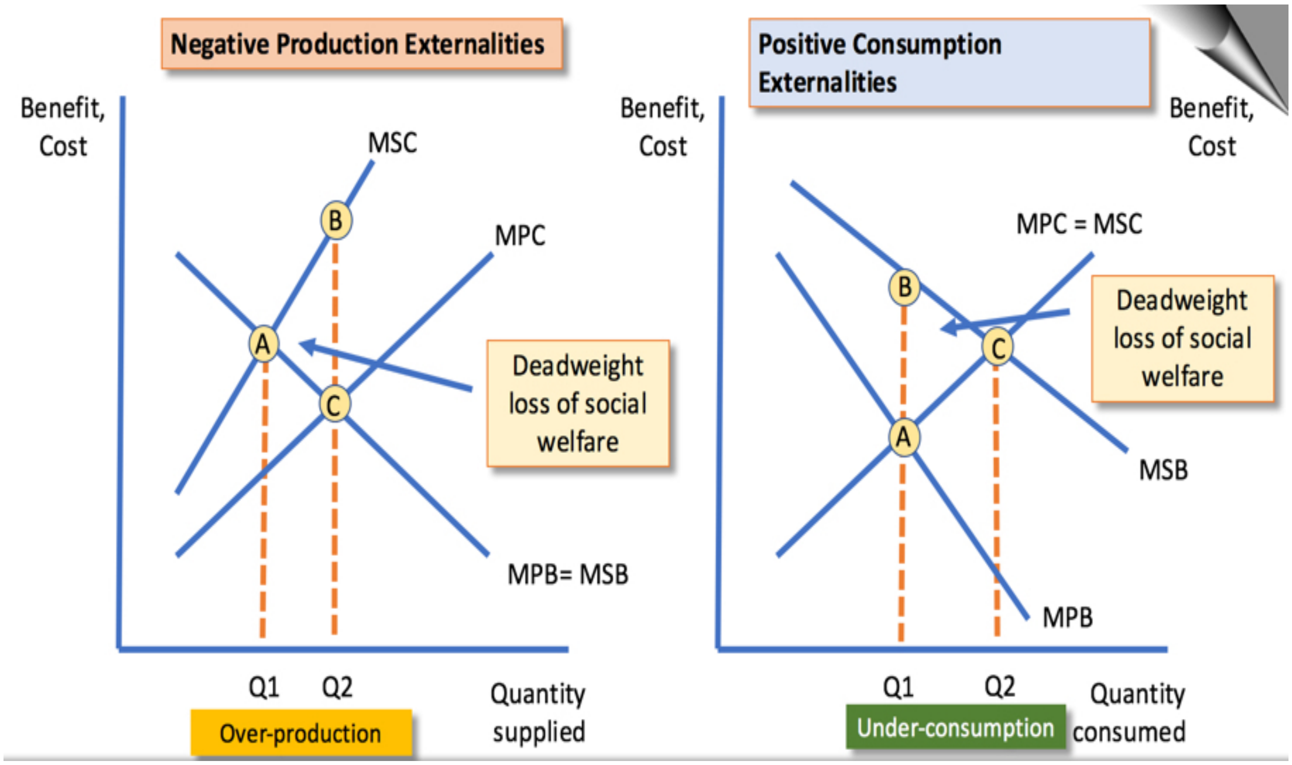
Dødvægtstabet er de handler, som burde blive handlet, som ikke længere bliver handlet, når skatten tilføjes. Dødvægtstabet kan udregnes som:

$$DWL = \frac{1}{2}(x^* - x^{tax}) \cdot t$$

Jo mere elastisk efterspørgslen er jo større dødvægtstab vil der være.

Eksternaliteter

En negativ eksternalitet kommer af at producenterne eller forbrugerne skaber en negativ marginal forbedring på folk udenfor markedet, og dem inde i markedet har ikke incitament til at ændre på dette. Fx de forurener vand, som ikke har en pris da der ikke eksisterer et marked. Hvis dette input kunne komme på et marked kan vi internalisere eksternaliteten.



Coase teoremet

Coase teoremet siger at uanset hvordan ejendomsrettigheder er fordelt vil outcome være efficient, givet at der ikke er store transaktionsomkostninger og få involverede.

Hvis agenterne har kvasilinæere præferencer vil udfaldet være uafhængigt af hvem der har ejendomsrettighederne, da der ikke er nogen indkomsteffekt.

Opgaver

I nogle opgaver kan der være en eksternalitet fx støj eller røg, hvor to parter kan forhandle om udfaldet. Man løser disse opgaver på følgende måde:

Trin 1. Find mængderne af de to varer som vil forbruges i ligevægt.

Det kan enten gøres ved standard løsninger som Cobb-Douglas eller ved at nyttemaksimere.

Trin 2. Sæt en af varernes priser osm numeraire (Vil oftes være penge, hvis det er en af varerne).

Trin 3. Find indkomsten $I = e_1 \cdot p_1 + e_2 \cdot p_2$.

Trin 4. Sæt indkomsten ind i udtrykket for de optimale mængder.

Trin 5. Gør brug af Walras lov ($X_{1A} + X_{1B} = e_{1A} + e_{1B}$) og Isolér den anden pris.

Trin 6. Indsæt nu prisen i de optimale mængder.

Trin 7. Indtegn løsningen i en Edgeworth box.

Offentlig vs privat ejet gode

I ugeseddel 3 så vi på et problem med et jagtområde, hvor der blev skudt for mange ænder, hvis det var et offentligt område. opgaven og lignende opgaver kan løses på følgende måde

Privat område

Vi starter med at løse for når området er privatejet.

Trin 1. Opstil profitmaksimeringsproblemet for jagtområdet.

Trin 2. Differentiér mht. antal jægere (Kan varierer i andre opgaver) og isolér n.

Trin 3. Indsæt nu antallet af jægere i de andre funktioner (hvis der er nogle).

Offentligt område

Antallet af jægere er nu taget for givet, da jægerne ikke tænker over de andre jægere. Jægeren ser der med kun på den gennemsnitlige gevinst i forhold til den gennemsnitlige omkostning i stedet for den marginale gevinst og marginale omkostning.

Trin 1. opstil profitmaksimeringsproblemet.

Trin 2. Dividér nu med n (antallet af jægere).

Trin 3. Isolér n og indsæt i de andre funktioner.

Når området bliver offentligt vil der blive skudt flere ændre/ der vil blive forbrugt flere goder. Hver enkel aktør tænker ikke på den negative eksternalitet han pålægger de andre aktører ved at optage en del af godet. Der vil dermed ske overforbrug. Andre opgaver kan fx være gæster på en strand eller ved en sø.

Optimale pigouskat

Den optimale pigouskat skal være lig det tab eksternaliteten er skyld i. Størrelsen på tabet for et vilkårligt n er givet ved

$$T = \frac{\partial TR}{\partial n^*} \cdot n^*$$

Man finder derfor tabet ved en ekstra jæger, og ganger det med antallet af jægere, for at finde det samlede tab. Tilsidst evaluere man det i den efficiente mængde.

Kvoter

I nogle opgaver skal man finde antallet af kvoter og kvoteprisen. Se på en virksomhed der producere δ mængder CO_2 per produceret enhed x. Dermed bliver den samlede omkostning $\delta \cdot x \cdot r$, hvor r er prisen på kvoten.

Trin 1. De nye marginalomkostnigner er givet som $MC^{ny} = MC + \delta \cdot r = p_s + \delta \cdot r$

Trin 2. find de solgte mængder $MC^{ny} = p_d$, isolér x

For at finde antallet af kvoter husker vi at den udledte mængde forurening skal være lig antallet af kvoter.

Trin 3. Find $\delta \cdot x(r) = V$, hvor V er antallet af kvoter og isolér r.

Når vi implementerer en pigou-skat så finder vi frem til det sociale optimale produktionsniveau ved at pålægge en skat per enhed som er lig med den marginale eksternalitetsomkostning.

ved omsættelige kvoter implementerer vi det socialt optimale produktionsniveau ved at ligevægtsprisen per kvote bliver lig den marginale eksternalitetsomkostning givet vi har udstedt det rette antal kvoter.

Ved pigouskat skal man kende den marginale eksternalitetsomkostning, mens at man ved kvoter skal kende det socialt optimale niveau.

Principal agent problemer

Ved principal agent problemer har vi en principal (P) som skal designe en kontrakt til en agent (A) Et eksempel på dette kunne være en arbejdsgiver (P) som skal ansætte en medarbejder (A). Det kan også være et forsikringsselskab (P) som skal forsikre en person (A).

Denne note vil se på ugunstig udvælgelse på arbejdsmarkedet, hvor vi ser på en arbejdsgiver, som skal lave en lønkontrakt.

Ugunstig udvælgelse på arbejdsmarkedet

Ugunstig udvælgelse er et begreb som beskriver en situation, hvor en principal skal ansætte en medarbejder, men der er asymmetrisk information, hvilket resultere i en inefficient markedsligevægt.

Vi vil i de fleste opgaver have to typer af medarbejdere. En høj produktiv (H) og en lavproduktiv (L). Agenterne kan gøre sig umage, som er angivet som effort ($e > 0$).

Nytten for agenten afhænger postivit af lønnen, men negativt af hvor meget de gør sig umage. Det vil som oftest være mere omkostningsfuldt for de lavproduktive at gøre sig umage:

$$u_H(w_H, e_H) = w_H - e_H$$
$$u_L(w_L, e_L) = w_L - e_L$$

De dovne medarbejdere producere py_L, hvor p er pris og y er produktion, og de hårdtarbejende medarbejdere producere py_H.

Principalen skal maksimere profitten

$$\pi = q(py_H - w_H) + (1 - q)(py_L - w_L)$$

Hvor q er ssh. for hver andel af medarbejder.

Hver medarbejder har en reservationsløn. De hårdtarbejdende har en reservationsløn på r_H, mens de dovne har en på r_L. Når principalen skal designe sin kontrakt skal han lave følgende betingelser.

IR betingelsen: Siger at medarbejderne skal have incitament til at deltage i kontrakten. Dette betyder, nytten ved at deltage skal være større end reservationslønnen, dvs. det bedst mulige alternativ.

$$u_H(w_H, e_H) \geq r_H \quad (IR_H)$$
$$u_L(w_L, e_L) \geq r_L \quad (IR_L)$$

IC betingelsen: Siger at hver medarbejder skal vælge den kontrakt, som er tiltænkt dem. Det vil sige de hårdtarbejdende skal ikke have incitament til at vælge de lavtarbejdendes kontrakt. Dette skrives matematisk som:

$$u_H(w_H, e_H) \geq u_H(w_L, e_L) \quad (IC_H)$$
$$u_L(w_L, e_L) \geq u_L(w_H, e_H) \quad (IC_L)$$

Fuldkommen information

Vi kan se på eksemplet, hvor principalen kan se hvilken type medarbejder han ansætter. Her er det klart at den eneste betingelse, som vi behøver at opskrive er vores IR betingelse, da vi kan sørge for at vi ansætter til den rette kontrakt.

Vi kan tænke på et eksempel hvor $e = 0$, det eneste principalen skal overholde er IR betingelserne, og får at de er maksimeret betyder det at $w_H = r_H$ og $w_L = r_L$.

Det vil så være efficient at ansætte begge grupper hvis $py_H < r_H$ og $py_L \geq r_L$. Det vil sige at det som medarbejderen producere er større eller lig den løn de skal have. Medarbejderen vil dog ikke indgå i kontrakten hvis $w_i < r_i$.

Asymmetrisk information

I tilfældet med asymmetrisk information kan vi ikke se forskel på typerne. Vi kan have følgende tilfælde.

$r_H \geq py_H$ **og** $r_L < py_L$

Her ser vi, at den løn den hårdt arbejdende medarbejder kræver er større end den omsætning de skaber for medarbejderen. Vi ser også, at den løn den dovne kræver er mindre end den omsætning de skaber. Det kan dermed ikke svare sig at ansætte de hårdtarbejdende og vi sætter dermed en fælles løn på $w = r_L$, hvorefter det kun er de dovne, som vil acceptere kontrakten. Profitten bliver derfor.

$$\pi = (1 - q)(py_L - r_L)$$

$r_H < py_H$ **og** $r_L \geq py_L$

Nu vil de hårdt arbejdende omsætte for mere end deres løn, mens de dovne vil omsætte for mindre end deres løn. Vi kan ikke sætte en løn $w = r_L$, da kun de lavtarbejdende vil acceptere kontrakten, og så vil vi få negativ profit. Vi kan dermed kun ansætte dem begge til en løn $w = r_H$, hvor vi så kun vil ansætte nogle hvis profitten er positiv.

$$q(py_H - r_H) + (1-q)(py_L - r_H) > 0 \leftrightarrow q[py_H - r_H] > (1-q)[r_H - py_L]$$

Med andre ord skal gevinsten ved at ansætte en hårdt arbejdende medarbejder være større end det tab det er for os at ansætte en lavtarbejdende til den høje løn.

$r_H < py_H$ **og** $r_L < py_L$

Her har vi at begge grupper omsætter for mere end hvad de kræver i løn. Det er dermed profitabelt at ansætte begge grupper.

Vi kan tilbyde en løn $w = r_L < r_H$, hvor kun de dovne vil sige ja til kontrakten. Profitten vil så blive

$$pi = (1-q)[py_L - r_L]$$

De kan også tilbyde lønnen $w = r_H$, hvor begge grupper vil acceptere og give os en forventet profit på.

$$\pi = q[py_H - r_H] + (1-q)[py_L - r_H]$$

Vi sammenligner nu profitten ved de to forskellige priser:

$$q[py_H - r_H] + (1-q)[py_L - r_H] \geq (1-q)[py_L - r_L]$$
$$\leftrightarrow q[py_H - r_H] \geq (1-q)[r_H - r_L]$$

Det vil sige, at man skal ansætte begge hvis det at ansætte en H-produktiv (vs) med ssh. q giver mindst lige så stor indtjening som det den L arbejdende skal have mere i løn (hs) med ssh. (1-q). Hvis $q[py_H - r_H] < (1-q)[r_H - r_L]$ vil det ikke kunne svare sig at ansætte de H arbejdende og vi ansætter til den lave løn.

$r_H \geq py_H$ **og** $r_L \geq py_L$

I dette tilfælde er det klart at begge grupper giver mindre omsætning end de kræver i løn, og vi vil derfor ikke ansætte nogle.

Signalering

En måde hvor vi kan få medarbejderen til at afsløre deres gruppe, er ved at få dem til at signalere. Dette kan for eksempel være at de skal tage en test eller vise et eksamensbevis.

Der er en omkostning for begge grupper ved at signalere. For de hårdt arbejdende er det b_H og for de lavt arbejdende er det b_L. Det er hårdere for de lav produktive at signalere, da de jo gerne vil signalere at de er hårdarbejdende, så de kan få mere i løn. Vi skal derfor have at det er så hårdt for dem at signalere at $r_H + b_H < r_L b_L$. Medarbejdernde kræver en kompensation for at singalere, som er lig b_i, og dette lægges sammen med r_i for at finde lønnen. Nu er det jo så klart, at hvis det er mere omkostningsfuldt for de lavt arbejdende at signalere, så må de nu kræve en højere løn, end de hårdt arbejdende. Derfor er det kun efficient at få dem til at signalere hvis $r_H + b_H < r_L b_L$, altså reservationslønnen samt kompensationen for de L arbejdende er større end for de H arbejdende.

På denne måde kan vi nu sætte en løn $w = r_H + b_H$, hvis de signalere, hvor kun de hårdt arbejdende vil godtage kontrakten. Vi skal selvfølgelig stadig have at $r_H + b_H \leq py_H$, for at det kan svare sig for os at ansætte. Vi kan nu sammenligne med det tilfælde hvor vi ansætter begge grupper til den høje løn, og så hvor vi kræver at de signalerer.

$$qpy_H + (1-q)py_L - r_H \leq q[py_H - r_H - b_H]$$

Hvis denne ulighed gælder, så kan det svare sig for os at få dem til at signalere, og så betale de H arbejdende for kompensation.

Til eksamen

Til eksamen vil det ofte være nogle snakke opgaver, hvor man skal komme ind på intuitionen og argumentere for hvornår man vil ansætte hvilke medarbejdere. Nogle af opgaverne er mere regne opgaver, hvor man får givet nogle reservationsnytter, og derefter skal finde lønnen for medarbejderne. Her skal betingelserne ovenover ligeledes gøre sig gældende, men man løser dem som følgende:

1. Indsæt r_i i IR betingelsen og find frem til lønnen. Tjek om det er med eller uden effort.

   Principalen maksimere nytten ved at sætte $w_i = r_i$ såfremt effort er nul.

2. Indsæt nu lønnen i IC betingelserne, og se om de er overholdt.

3. Hvis ja, indsæt værdier i profitfunktionen og se om den er positiv.

Det samme gøres hvis en af medarbejderne skal signalere, men så er det klart at den medarbejder skal kompenseres for at signalere. Derfor vil lønnen nu være $w_i = r_i + e_i$. Tjek mock exam for en gennemgang af dette.

Prisdiskrimination

Fuldkommen konkurrence

Under fuldkommen konkurrence vil vi have at

$$p(x) = MC(x)$$

Vi vil her have at der er nul profit for virksomheden.

Monopol

Vi løser monopol ved brug af følgende formel:

$$MR(x) = MC(x)$$

Herefter indsætter vi mængden i efterspørgselsfunktionen for at finde prisen. Under monopol vil der være profit.

3. Grads prisdiskrimination

Ved 3 grads prisdiskrimination har vi 2 grupper, som har hver deres betalingsvillighed. Dette ser vi meget af i den virkelige verden, hvor der fx er studierabat eller pensionist rabat. Monopolisten kender ikke betalingsvilligheden af hver enkel forbruger, men kender til de to grupper. Vi løser problemet.

$$\max_{x_A, x_B} \pi = x_A \cdot p_A(x_A) + x_B \cdot p_B(x_B) - c(x_B + x_A)$$

Vi differentiere så med hensyn til x_B og x_A, hvorefter vi har to ligninger med to ubekendte. Hvis marginalomkostningerne er konstante er problemet det samme som at løse to seperate problemer hvor $MR = MC$.

2. Grads prisdiskrimination

Monopolisten kan sælge pakker og sætte en pris for en hel pakkke. Han kan dog ikke se hver enkel persons betalingsvillighed, men han ved der er to grupper. Monopolisten skal derfor sørge for at forbrugerne ikke har incitament til at købe den pakke, som ikke er tiltængt dem.

Gruppe i's betalingsvillighed beregnes som arealet under efterspørgselskurven for i, og kan opskrives matematisk.

$$R_i(x_i) = \int_0^{x_i} p_i(t)dt$$

Vi opstiller maksimeringsproblemet

$$\begin{gathered} \underset{\pi}{max} \pi = S_A + S_B - C(x_A + x_B) \\ u.b.b. \\ R_A(x_A) - S_A \geq 0 \qquad (IR_A) \\ R_B(x_B) - S_B \geq 0 \qquad (IR_B) \\ R_A(x_A) - S_A \geq R_A(x_B) - S_B \qquad (IC_A) \\ R_B(x_B) - S_B \geq R_B(x_A) - S_A \qquad (IC_B) \end{gathered}$$

IR Betingelser sikrer at forbrugerne vil indgå i aftalen. Vi har givet at $CS_i = R_i(x_i) - S_i$, og vi skal derfor have udfra IR betingelserne at forbrugeroverskud skal være større eller lig nul.

IC Betingelser sikrer os at hver person vælger den pakke som er tiltænkt dem. Dette gøres ved at forbruger A, skal have større nytte ved at forbruge pakke A, end ved at forbruge pakke B.

IR betingelsen som binder er den som er forbeholdt forbrugerne med de laveste betalingsvilligheder. Dette er fordi vi skal sikre os at de kun ligepræcis vil være på markedet. I dette tilfælde er det person B.

Det den person med den højeste betalingsvillighed hvis IC betingelse gælder. Dette er fordi person A kan opnå forbrugeroverskud ved at bruge person B's pakke.

Vi kan derfor reducere problemet

$$\begin{gathered} \underset{\pi}{max} \pi = S_A + S_B - C(x_A + x_B) \\ u.b.b. \\ R_B(x_B) = S_B \qquad (IR_B) \\ R_A(x_A) - S_A = R_A(x_B) - S_B \qquad (IC_A) \end{gathered}$$

Indsæt nu IR_B $(R_B(x_B) = S_B)$ i IC_A

$$R_A(x_A) - S_A = R_A(x_B) - R_B(x_B)$$

$$\leftrightarrow S_A = R_A(x_B) - R_A(x_B) + R_B(x_B)$$

Vi indsætter nu de udtryk for S_A og S_B vi har fundet.

$$\pi = R_A(x_A) - R_A(x_B) + R_B(x_B) + R_B(x_B) - C(x_A + x_B)$$

Vi har at $R_i(x_i) = \int_0^{p_i} p_i(t)dt$, dette betyder at $\frac{\partial R_i(x_i)}{\partial x_i} = p_i(t)$. Vi differentiere dermed profitten $\frac{\partial \pi}{\partial x_B}$ og så kan vi indsætte vores efterspørgselsfunktioner.

Hvorefter vi kan finde et udtryk for x_B. Vi ved derudover at mængden for A må være den samme som under 1 gradsprisdiskrimination, som er den maksimale mængde de kan få.

Vi har nu fundet mængderne og skal så finde priserne, dette gøres ved at bruge udtrykkende for S_A og S_B, hvor vi udregner integralerne. Når vi så skal udregne consumersurplus så gør vi brug af definitionen $CS_i = R_i(x_i) - S_i$. For at finde DWL kan vi finde profitten som vi har opskrevet tidligere og summere med de to CS'er, hvorefter vi får TS, som sammenligne med TS under F.K.

Under 2. grads prisdiskrimination har vi lavere DWL, da vi kan sætte en pris for hver gruppe som tilpasses deres betalingsvillighed.

1. Grads prisdriskrimination

Monopolisten kan nu se betalingsvilligheden for hver enkel forbruger og kan nu derfor sikre sig at de vælger den rette pakke. Dette betyder, at vi ikke længere behøver vores IC betingelse. Vi skal stadig have vores IR betingelser, da disse sikrer os at begge forbrugere bliver på markedet.

$$\max_{\pi} \pi = S_A + S_B - C(x_A + x_B)$$
$$u.b.b.$$
$$R_A(x_A) - S_A \geq 0 \quad (IR_A)$$
$$R_B(x_B) - S_B \geq 0 \quad (IR_B)$$

Forbrugerne vil efterspørge deres maksimale mængder, og det er dem de vil forbruge. Vi finder disse mængder ved at sætte udbud lig efterspørgse $p_i(x_i) = MC$. Herefter finder vi priserne for pakkerne ved at gøre brug af definitionen på $R_i(x_i)$.

Vi vil her ikke have noget DWL, da de forbruger de samme mængder som under fuldkommen konkurrence. Dette er fordi vi kan tilpasse betalingsvilligheden til hver enkel forbruger. Dette betyder at der under 1 grads prisdiskrimination ikke vil være noget forbrugeroverskud, da vi kender hver enkel forbrugers maksimale betalingsvillighed. Vi vil derfor også have at TS = PS.

Samfundsnytte

Kenneth Arrow målene

Matematikeren Kenneth Arrow har opstillet nogle kriterier for, hvordan man kan aggrerer samfundspræferencer på en god måde. Disse kriterier er listet nedenfor.

1. Universelle domæne

Funktionen skal være defineret for alle rationelle præferencer. Intuitivt betyder dette at Arrow skal have at hans SCF fungerer ligegyldigt, hvordan præferencerne ser ud, de skal bare være transitive og totale.

2. Pareto kriteriet

For ethvert par $(x, y) \in A^2$ skal det gælde at, hvis alle agenter foretrækker x fremfor y, så skal samfundspræferencen også gøre det.

$$x \succeq_i y \; for \; alle \; i \rightarrow x \geq^* y$$

3. Rationalitets kriteriet

Samfundspræferencen skal være rationel dvs. transitiv og total. Dette er så vi kan sammenligne mellem præferencerne.

Transitive: Hvis $x \succeq y$ og $y \succeq z$ så $x \succeq z$

Totale: Man skal kunne sammenligne alle muligheder.

4. Uafhængighed af irrelevante alternativer (IIA)

Hvis vi ændre den relative vurdering af præferencen for en agen fx. y ift. z så skal den relative vurdering af x og z være den samme. Præferencer for lakridser må ikke ændre på hvordan samfundet foretrækker karameller fremfor chokolade.

5. Ikke diktatur kriteriet

Der er ikke en agent der skal kunne bestemme udfaldet alene.

Samfundsnytte problem

I disse opgaver vil vi ofte have givet en samfundsnytte og nogle SWF. Vi skal nu maksimere SWF givet vores samfundsnytte.

$$max\ SWF$$

$$u.b.b.$$

$$U_i$$

1. Isolér u_A eller u_B i samfundsnytten
2. Indsæt i SWF
3. Find FOC
4. Isolér enten u_A eller u_B.
5. Indsæt u_A (u_B) i u_B (u_A)

Hvis vi har en SWF som er en minimumsfunktion så husk at $u_A = u_B$ og indsæt det i samfundsnytten.

Offentlige goder

Offentlige goder

I emner omkring offentlige goder vil vi ofte have 2 agenter, som skal vælge hvor meget de vil forbruge af et offentligt gode. Her vil man enten selv købe det eller så vil en offentlig myndighed gå ind bestemme hvor meget man skal forbruge. Det offentlige gode vil som regel have positiv effekt på den anden agent, dvs. agent A udøver en positiv eksternalitet på agent B ved at forbruge godet. Det kan foreksempel være fyrværkeri. Derfor vil der blive forbrugt for lidt i ligevægt, hvis de selv bestemmer fordi der opstår det her free-rider problem.

Agenterne køber selv

Hvis agenterne selv står for at købe godet tager de den anden agents forbrug som givet. Et offentligt gode er et gode der er ikke rivaliserende og ikke ekskluderbart. Vi skal derfor maksimere nytten ved at løse følgende problem:

$$\max_{g_a} \; u_A(x_A, G)$$

$$u.b.b.$$

$$G = g_A + g_B$$

$$e_A = x_A + c\dot{g}_A$$

Hvor c er den omkostning ved at bytte et privat gode for at offentligt gode. Det kan foreksempel være at man skal afgive 3 private goder for at få ét offentligt, hvorfor c=3.

Herefter skal man

Trin 1. Differentiere mht. g_A og isolerer g_A, hvorefter vi har agent A's BR.

Trin 2. Find B's BR ved enten at løse tilsvarende maksimeringsproblem

eller bruge at de er symmetriske (Hvis de er det!)

Trin 3. Find NE ved at indsætte $BR_B(g_A)$ i $BR_A(g_B)$

eller sætte $g_A = g_B$, hvis de er symmetriske.

når vi differentiere agent A's maksimeringsproblem vil vi få et resultat der hedder $|MRS_A| = c'(g)$, det vil sige at MRS skal være lig med marginalomkostningerne ved at forbruge det offentlige gode. MRS er et udtryk for betalingsvilligheden for at købe et ekstra offenligt gode i forhold til det private gode. Hvis agenten har en højere betalingsvillighed, end marginalomkostningen for godet, så kan det betale sig at købe det.

Pareto optimal mængde

Vi skal nu se på hvor det offentlige eller en højere magt bestemmer, hvor meget vi skal forbruge af det offentlige gode. Vi skal derfor nu maksimere agent A's nytte, men nu er vores bibetingelse at vi skal maksimere A's nytte givet agent B for en nytte på $\bar{u}$.

$$\underset{G}{max}\ u_A(x_A, G)$$
$$u.b.b.$$
$$u_B(x_B, G) \geq \bar{u}$$
$$e_A + e_B = x_B + x_A + c(g)$$

Man kan også maksimere den samlede nyttefunktion

$$\underset{G}{max}\ u(x_A, G) + u_B(x_B, G)$$
$$u.b.b.$$
$$e_A + e_B = x_B + x_A + c(g)$$

Man vil i begge tilfælde komme frem til at

$$|MRS_A| + |MRS_B| = c'$$

Herfra kan vi se at det nu er begge forbrugers betalingsvillighed tilsammen, der bestemmer hvor meget vi skal købe. Vi vil derfor også finde at den optimale mængde er større end hvad de ville forbruge individuelt. Vi har nu internaliseret eksternaliteten, så agenterne nu også tager højde for at de giver en merværdi for den anden agent, ved at forbruge varen.

Kvasilinæere præferencer: Hvis vi har kvasilinæere præferencer så vil vi ved at differentiere $u_A(x_A, g) = v_A(g) + x_A$ få $u'_A(x_A, g) = v'_A$. x er ikke inkluderet på grund af de kvasilinæere præferencer. Det betyder også at den efficiente mængde af g er uafhængig af de andre goder, det vil sige der er ikke nogen indkomsteffekt. Det betyder også at den mængde af g man finder vil være den for alle de optimale indre løsninger. Der kan være randløsninger, hvis en af agenterne ikke har råd til varen.

1 Lindahl-ligevægt

En af måderne hvorpå man kan løse freerider problemerne er ved at indføre lindahl ligevægte. Vi vil nu sætte en pris som kan varierer for hver agent, denne pris kaldes en Lindahl pris. Det som agenterne betaler for godet, skal dække omkostningerne $t_A + t_B = c'(g)$.

Vi starter med at finde lindahl-ligevægten ved at løse følgende maksimeringsproblem for agent A.

$$\underset{x_A, g_A}{max}\, u_A(x_A, g_A)$$
$$u.b.b.$$
$$e_A = x_A + t \cdot g_A$$

Når vi løser problemet får vi:

$$|MRS_A| = t_A$$

Vi får tilsvarende resultatet for agent B og vi kan nu indsætte dette i ligningen $t_A + t_B = c'(g)$. Herefter får vi samme problem som da vi løste for de paretoptimale løsninger:

$$|MRS_A| + |MRS_B| = c'(g)$$

Når vi har fundet den optimale mængde af det offentlige gode, kan vi indsætte den mængde i $|MRS_A| = t_A$ og finde lindahl prisen. Vi ender derfor i en efficient ligevægt. Forbrugerne betaler forskellige priser (prisdiskrimination), men forbruger den samme mængde af det offentlige gode. På den måde kan man udnytte deres betalingsvillighed.

VCG - Mekanismen

I de forrige opgaver kendte vi forbrugernes betalingsvillighed, men problemet er at agenterne kan lyve om deres betalingsvillighed. Vi kan dog opstille en mekanisme som gør at agenterne afslører deres faktiske betalingsvilligheder. VCG - mekanismen er sådan en mekanisme, hvor godet vil blive produceret hvs netto-betalingsvilligheden er positiv. Hvis ens nettobetalingsvillighed er positiv har man incitament til at overdrive ens betalingsvillighed, så man er sikker på godet bliver produceret. VCG - mekanismen løser dette ved at indføre en Clark skat på de agenter som er pivot agenter.

Pivot agenter: Agenter hvis signal ændre beslutningen om det offentlige gode skal produceres eller ej.

Clark skatten skal så være lig med det tab som de andre agenter lider, ved at agenten ændre sin belsutning. Clark skatten gør at de agenter, der har incitament til at ændre udfaldet, ikke vil gøre det og dermed vil de vise deres sande betalingsvillighed.

Vi kan kun benytte Clark skatter på kvasilinæere præferencer, ellers vil der komme indkomsteffekter. Løsningen er ikke efficient, da Clark skatten ikke bliver brugt til noget. Mekanismen kan nemlig ikke virke, hvis Clark skatten bruges på agenterne så vil de andre agenter have incitament til at øge Clark skatten for de andre agenter.

Man løser problemet ved at gøre som følgende:

Trin 1. Find deres nettobetalingsvilligheder $n_i = r_i - c_i$

Trin 2. Find den samlede nettobetalingsvillighed $N_i = \Sigma n_i$

Trin 3. Undersøg nu om en af agenterne kan gøre den samlede nettobetalingsvillighed negativ ved at udgå af aftalen.

Hvis én agent kan ændre udfaldet er den agent en pivotal agent, og de skal derfor have Clark skatten som skal være lig med det negative beløb som den samlede nettobetalingsvillighed er på, når de ikke indgår i aftalen.

Oligopol

VI har set på tilfælde med fuldkommen konkurrence og monopol, nu skal vi se på når der er få virksomheder på markedet. Fordi der er få virksomheder på markedet er de klar over at de afhænger af hinanden, i modsætning til fuldkommen konkurrence, hvor ingen af virksomhederne havde noget markedskraft. En oligopol skal derfor maksimere deres egen profit givet hvad de andre virksomheder gør.

Vi ser på to forskellige slags konkurrence, hvor den ene er at virksomhederne konkurrerer om mængder (Cournot) og en anden hvor de konkurrerer om priser (Bertrand).

Cournot

Hvis virksomhederne konkurrerer a la Cournot, så konkurrerer de om mængderne. Vi skal derfor løses profitmaksimeringsproblemet for begge agenter og finde deres BR funktioner. Vi starter med at løse for agent A

$$\underset{q_A}{max}\ \pi_A = p(q_A + q_B)_A - C(q_A + q_B)$$

Trin 1. Differentiér mht. q_A og isolér q_A.

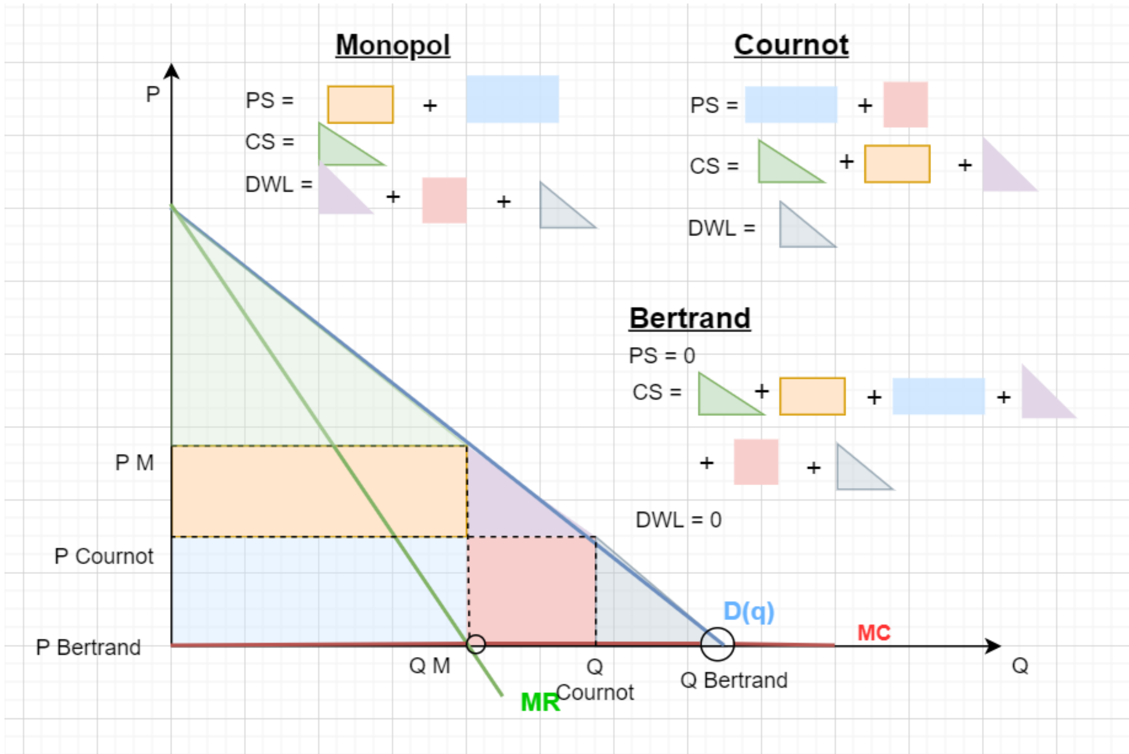
Trin 2. Opstil agent B's maksimeringsproblem og gør som i trin 1, men med q_B.

$$\underset{q_B}{max}\ \pi_B = p(q_B + q_A)_B - C(q_B + q_A)$$

Trin 3. Indsæt nu $BR_B(q_A)$ i $BR_A(q_B)$ eller gør brug af de er symmetriske ved $q_A = q_B$

Trin 4. Find prisen ved at indsætte $Q = q_A + q_B$ i efterspørgselsfunktionen.

Se på nedenstående figur fra ugeseddel 10. Vi ser nu at vi vil have en højere pris end under F.K. men lavere end under monopol. Vi vil også have en større mængde end under monopol, men den er stadig lavere end F.K. ligevægten, som er den samme som den hvor der står Bertrand.



Bertrand

Ved konkurrence a la Bertrand konkurrerer virksomhederne om priserne. Her vil de konkurrerer forskelligt alt efter om produkterne er homogene eller heterogene. Perfekt homogene varer er varer der er helt ens, mens heterogene kan være varer som Cola og Pepsi, som minder meget om hinanden, men ikke er den samme.

Homogene produkter

Ikke kontinuerte goder

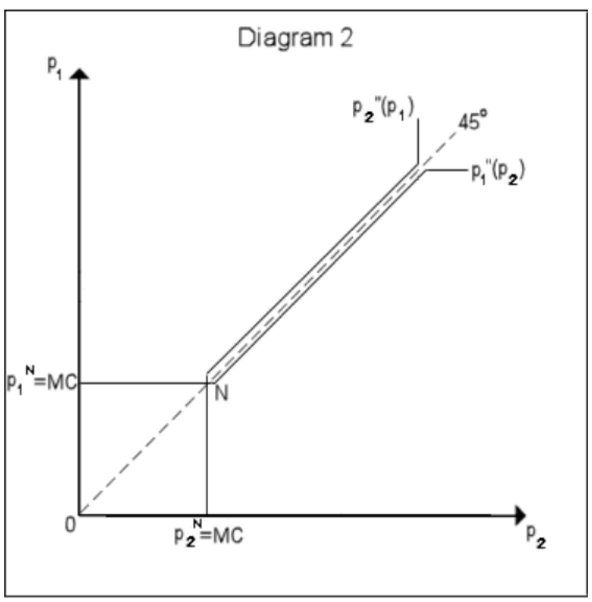
Ved ikke kontinuerte goder vil vi have en Nash ligevægt, som er én enhed over marginalomkostningerne. Hvis MC er 0 og alle virksomheder sætter deres pris til 1 kr. så vil alle virksomheder opleve profit. Hvis en eller nogle af virksomhederne sætter deres pris til 2 kr. så vil ingen kunder handle hos dem og de mister al deres profit. Der er dermed ikke incitament til at hæve prisen fra 1 til 2 kr. Den anden mulighed virksomhederne har er at sætte en pris på 0 kr. dvs. MC. Hvis de gør det får de hele markedet, men får samtidig nul profit fordi prisen nu er lig deres MC. Da de har diskrete priser kan de ikke sætte prisen lig 1,5 eller 1,1 og derfor vil det være en Nash ligevægt at sætte prisen en enhed over MC.

Kontinuerte goder

Når vi har **Betrand konkurrence** konkurrerer virksomhederne om **priser**. Vi kan bestemme mængderne på følgende måde:

$$q_A = \begin{cases} D(p_2) & Hvis \quad p_A < p_B \\ \frac{D(p_A)}{2} & Hvis \quad p_A = p_B \\ 0 & Hvis \quad p_A > p_B \end{cases} \tag{1}$$

Her ser vi at hvis prisen hos virksomhed A er mindre end hos virksomhed B, så er det klart at de får hele markedet. Hvis priserne er ens deler de markedet, og hvis prisen hos virksomhed A er større end hos virksomhed B, vil virksomhed B få hele markedet. De vil derfor konkurrerer om priserne til de når ned til marginalomkostningerne. Dette er fordi hvis bare en af virksomhederne sætter prisen lidt over MC, så kan den ene sætte $p = MC$ og tage hele markedet. Når de når til en $p = MC$, så er der ingen af virksomhederne der er villige til at sætte prisen lavere, da dette vil give negativ profit. Dette vil gøre sig gældende, hvis virksomhederne har homogene produkter. Vi ender derfor i at komme frem til fuldkommen konkurrence ligevægten, hvilket betyder udfaldet er efficient, selvom vi har oligopol.



I diagram 2 er virksomhed 1's BR funktion $p_1''(p_2)$, hvor hver virksomheds strategi er på hver akse. Her ses det at når p_2 er mindre end MC, så vil virksomhed 1 sætte prisen lig MC (Den lodrette streg i venstre hjørne). Når virksomhed 2 har en pris over MC men under monopol prisen så vil virksomhed 1 sætte prisen lige under virksomhed 2's. Dette kan ses ved at punktet på $p_2''(p_1)$ er højere på 2 - aksen end $p_1''(p_2)$ (I skal gå lodret fra BR2 til BR1). Når virksomhed 2 har en pris over monopol prisen (Der hvor de går væk fra hinanden i højre hjørne) så vil virksomhed 1 sætte prisen ved monopol niveauet, hvorfor $p_1''(p_2)$ er vandret igen.

Når virksomhederne har samme marginalomkostnigner vil BR funktionerne være symmetriske som det ses i diagrammet. Punktet N er vores Nash ligevægt og er det punkt hvor deres BR-funktioner møder hinanden. Hvis de bare satte prisen lidt over MC, ville BR være for den anden virksomhed at sætte lig MC og få hele markedet, derfor vil de begge bevæge sig mod det punkt, hvor priserne bliver lig MC.

Heterogene produkter

Ved heterogene produkter, kan virksomhederne opnå profit, da de god kan have køberer, selvom de sætter forskellige priser. Tænk på fx. forskellige mærker af kildevand. De kan sætte forskellige produkter og stadig have købere.

Trin 1. Opstil profitmaksimeringsproblemet

$$\pi_i(p_i, p_j) = x_i(p_i, p_j)(p_i - c)$$

Det er vigtigt at profitten afhænger af prisen, da vi stadig konkurrerer om prisen

Trin 2. Differentier mht. p_i

Trin 3. Find BR, dvs. isolér p_i

Trin 4. Opstil profitmaksimeringsproblemet for p_j og udfør trin 1.-trin.3 med p_j.

Trin 5. Indsæt $BR_j(p_i)$ i $BR_i(p_j)$.

Trin 6. Isolér prisen og indsæt prisen i efterspørgselsfunktionen.